

Optimisation des fonctions de plusieurs variables

Optimisation des fonctions de plusieurs variables	
1. Extrema libres	202
1.1 Définitions	202
1.2 Condition suffisante d'existence d'extrema globaux	202
1.3 Détermination des extrema libres dans un domaine ouvert	203
2. Extrema liés : contraintes d'égalités	207
2.1 Théorème de Lagrange	208
2.2 Interprétation des multiplicateurs de Lagrange	211
2.3 Classification des candidats	212
3. Extrema liés : contraintes d'inégalité	213
3.1 Contraintes saturées, contraintes régulières	214
3.2 Le théorème de Kuhn et Tucker .	216
Problèmes et exercices	218
Extrema libres	218
Extrema liés : contraintes d'égalités ...	223
Extremas liés : contraintes d'inégalités	228

Parmi toutes les matières abordées dans cet ouvrage, l'optimisation à plusieurs variables est sans conteste celle qui apparaît le plus fréquemment dans la modélisation des décisions des gestionnaires. Qu'il s'agisse de maximiser le bénéfice, la satisfaction des clients, la productivité ou de minimiser les coûts, le risque, l'écart par rapport à une valeur cible, le retard d'un projet, etc., tous ces problèmes exigent une mise en équations qui passe par l'optimisation de fonctions, généralement de plusieurs variables.

La détermination des extrema dans le cas d'une seule variable a été détaillée au chapitre 4. Logiquement, le présent chapitre en est un prolongement qui fait intervenir les diverses notions spécifiques aux fonctions multivariées étudiées dans le chapitre 6. Néanmoins, le thème de l'optimisation à plusieurs variables exige un saut conceptuel important. En effet, plusieurs notions relatives aux fonctions d'une variable sont loin de se généraliser de façon évidente. Par exemple, les fonctions d'une variable (suffisamment régulières) admettent une seule dérivée première, une seule dérivée seconde, etc., tandis que, pour les fonctions de n variables, le nombre de dérivées possibles croît avec l'ordre de dérivation : n dérivées partielles premières, n^2 dérivées partielles secondes, etc. Une conséquence directe de cet accroissement apparaîtra sous la forme de conditions de premier et second ordre plus lourdes à formuler.