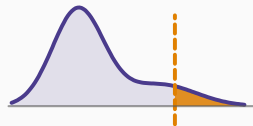


Value at Risk

Chapitre 7 : Scénarios et tests de résistance



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Plan du chapitre

Avant de commencer

Catégoriser les scénarios

Scénarios historiques

Scénarios hypothétiques

VaR de scénario avec distributions normales

Scénarios composés et VaR bayésienne

Un cadre cohérent pour les tests de résistance

Cadre réglementaire et risque systémique

Matrices de covariance stressées

Ajustements de liquidité

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

Tous les modèles de VaR vus jusqu'ici — normal, historique, Monte Carlo — reposent, in fine, sur des données **historiques** pour estimer la distribution des facteurs de risque : c'est une vue subjective particulière, celle où l'histoire se répète. Ce chapitre explore l'alternative : construire des **scénarios**, historiques ou purement hypothétiques, pour sonder des pertes que l'historique récent n'a peut-être jamais connues — et le faire, autant que possible, dans un cadre probabiliste cohérent plutôt que par de simples pertes « pires cas » sans probabilité associée.

Catégoriser les scénarios

Deux dimensions

Type de changement et origine des données

Un scénario se caractérise selon deux dimensions indépendantes. La première porte sur le **type de changement** envisagé sur les facteurs de risque : un scénario à **cas unique** (un seul vecteur de rendements des facteurs, donnant une seule perte ou un seul gain) ou un scénario de **distribution** (une distribution multivariée complète des rendements, permettant d'estimer une VaR et une ETL de scénario). La seconde porte sur l'**origine des données** : un scénario **historique** (répétition d'un épisode réellement observé) ou **hypothétique** (sans précédent historique nécessaire).

	Cas unique	Distribution
Historique	Choc iTraxx de +50 pb observé en mars 2008	Loi normale calibrée sur les variations iTraxx observées

Scénarios historiques

Scénarios historiques classiques

Les scénarios historiques les plus utilisés incluent le krach boursier mondial de 1987, la crise du Système monétaire européen de 1992, les ventes massives obligataires de 1994 et 2003, la crise asiatique de 1997, le défaut russe de 1998 et la quasi-faillite de LTCM, l'éclatement de la bulle technologique dès 2000, les attentats de 2001, et la crise des crédits subprimes de 2007-2008.

Exemple : krach de 1987 sur le FTSE 100

Sur les données du FTSE 100 entre le 13 octobre et le 20 novembre 1987, la perte journalière maximale a été de 12,22 % et la perte cumulée sur l'ensemble de la période de 30,5 %. Les moments empiriques des rendements journaliers (moyenne $-1,21\%$, écart-type $3,94\%$, asymétrie $-0,32$, aplatissement en excès $1,61$) permettent d'estimer une VaR de scénario par développement de Cornish-Fisher : à 99,9 %, elle atteint **20,4 %** de la valeur du portefeuille, contre seulement 12,2 % sous hypothèse normale — l'asymétrie négative et l'épaisseur des queues, typiques d'un krach, sont totalement ignorées par une VaR normale.

Scénarios hypothétiques

Scénarios à cas unique du Derivatives Policy Group (1995)

Les scénarios hypothétiques classiques incluent : un déplacement parallèle de ± 100 points de base d'une courbe de taux; une inclinaison linéaire de ± 25 points de base; un déplacement parallèle de ± 20 points de base des spreads de crédit; un rendement de $\pm 10\%$ d'un indice actions; un mouvement de $\pm 6\%$ sur une paire de devises majeure; une variation relative de $\pm 20\%$ de la volatilité.

Construire un scénario de distribution hypothétique

Pour associer une probabilité à un scénario hypothétique complexe, on suit quatre étapes : (1) décrire l'événement en détail; (2) identifier le ou les facteurs de risque **moteurs**; (3) spécifier une distribution conditionnelle sur ces facteurs moteurs; (4) spécifier, conditionnellement à chaque valeur possible des facteurs moteurs, des distributions sur les facteurs de risque secondaires. Cette construction séquentielle de distributions conditionnelles permet, in fine, d'associer une probabilité subjective à n'importe quel vecteur de rendements extrêmes.

Exemple : insolvabilité bancaire

Une grande banque américaine annonce devoir déprécier 10 milliards de dollars de capital. Le facteur moteur est l'indice des spreads de crédit bancaire américain, modélisé par une distribution subjective (par exemple, une loi de Student à 6 degrés de liberté, de moyenne 40 points de base).

Conditionnellement à chaque niveau possible de cet indice, on spécifie ensuite une distribution pour les taux d'intérêt américains — typiquement, plus le choc de crédit est sévère, plus une baisse des taux directs devient probable.

VaR de scénario avec distributions normales

Adapter la formule de VaR normale à un scénario

La formule de VaR linéaire normale du chapitre 1 ne change pas de forme : elle nécessite toujours une espérance et un écart-type du rendement du portefeuille sur l'horizon h . Ce qui change, c'est leur origine : au lieu d'être estimés sur des données historiques, ils expriment directement les **convictions personnelles** de l'analyste sur l'évolution des facteurs de risque dans le scénario considéré.

Exemple : titre non coté

Un analyste anticipe une croissance de 2 % (au-dessus du taux sans risque) sur un mois pour un actif non coté, mais estime à 25 % la probabilité que la croissance soit en réalité de -3% . Cette incertitude implique un écart-type implicite de $7,41\%$ (en inversant la transformation normale standard), d'où une VaR de scénario à 10 % de $7,5\%$ et une ETL de $11,0\%$ — un exemple simple montrant comment transformer des convictions qualitatives en paramètres exploitables par la formule de VaR normale.

Exemple : matières premières

Pour une compagnie pétrolière exposée à la structure par terme des prix du brut sur 12 mois, en combinant des rendements hebdomadaires attendus (issus des anticipations de l'entreprise) avec une matrice de corrélation hypothétique fortement structurée (corrélation $0,96^{|i-j|}$ entre maturités i et j), la VaR de scénario à 1 % sur 10 jours passe de 347 millions de dollars (sans ajustement d'espérance) à **607 millions de dollars** en tenant compte de la perte de revenu anticipée — illustrant qu'ignorer l'espérance du scénario peut sous-estimer fortement le risque, même à cet horizon relativement court.

Scénarios composés et VaR bayésienne

Scénario de distribution composée

Lorsque l'analyste envisage **plusieurs** scénarios distincts, chacun avec une probabilité subjective, on les combine en un mélange : $F(x) = \pi G(x) + (1 - \pi)H(x)$. Le cas le plus simple utilise un mélange de deux normales pour représenter, par exemple, un risque de krach de marché à faible probabilité superposé aux conditions normales.

Exemple : risque de krach

Un portefeuille affiche un rendement excédentaire attendu de 3 % par an avec une volatilité de 25 %, mais l'analyste estime à 1 % la probabilité d'un krach sur les 10 prochains jours, auquel cas le rendement excédentaire attendu deviendrait **-10%** avec une volatilité annuelle de 100 %. La VaR de mélange qui en résulte est **nettement supérieure** à la VaR normale ordinaire aux niveaux de confiance élevés : à 0,1 %, elle atteint 35,6 % contre 15,3 % à 16,8 % pour les VaR normales usuelles — ignorer la probabilité, même faible, d'un krach conduit à une sous-estimation sévère du risque extrême.

La règle de Bayes appliquée aux paramètres

Alors que l'approche fréquentiste traite les paramètres du modèle comme fixes mais inconnus, l'approche bayésienne les représente par une **distribution de probabilité**, révisée à mesure que de nouvelles données arrivent :

Densité a posteriori $\propto$ Vraisemblance $\times$ Densité a priori.

Si la vraisemblance et la distribution a priori sont toutes deux normales — de paramètres (μ_1, σ_1^2) et (μ_2, σ_2^2) respectivement — la distribution a posteriori est également normale, de précision égale à la somme des précisions ($1/\sigma^2 = 1/\sigma_1^2 + 1/\sigma_2^2$) et de moyenne pondérée par ces précisions.

VaR bayésienne vs VaR de mélange : une différence subtile

Un mélange de normales (scénario avec probabilité explicite d'un événement adverse) combine une **somme pondérée** de densités — ce n'est pas une nouvelle densité normale. La VaR bayésienne, elle, combine des convictions a priori et des données observées par un **produit** de densités, ce qui redonne une densité normale. Sur un même jeu d'hypothèses, les deux approches produisent donc des VaR de scénario très différentes : la VaR de mélange reste sensible à la probabilité explicite de l'événement rare, la VaR bayésienne l'absorbe entièrement dans une révision continue des croyances.

Un cadre cohérent pour les tests de résistance

Perte du pire cas (worst case loss)

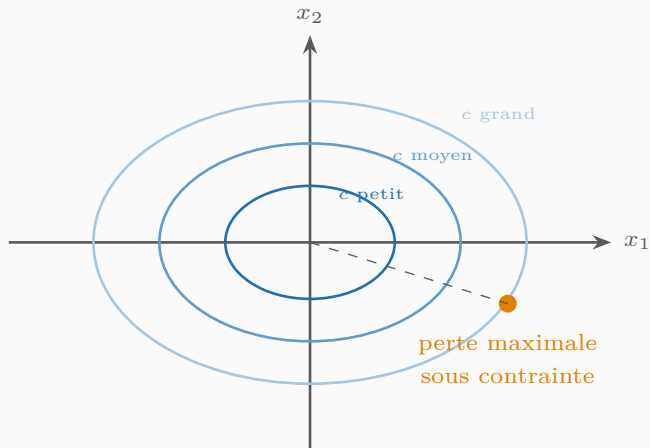
Une perte du pire cas applique des valeurs extrêmes à chaque facteur de risque — par exemple, un choc de six écarts-types (*six sigma*) — puis calcule la perte résultante via le seul mapping du portefeuille, sans référence à aucune distribution. La méthode du ***factor push*** pousse chaque facteur, indépendamment, dans la direction qui maximise la perte, **sans respecter les corrélations** entre facteurs.

La limite fondamentale du "pire cas"

Une perte « pire cas » n'a, par construction, **aucune probabilité associée** : le résultat est impossible à interpréter de façon rigoureuse. De plus, en ignorant les corrélations, le *factor push* peut générer des combinaisons de facteurs incompatibles avec l'absence d'arbitrage (par exemple, des mouvements de taux totalement indépendants le long d'une courbe).

La région de confiance de Studer et Lüthi (1997)

Une méthode plus rigoureuse respecte les corrélations en cherchant la perte maximale à l'intérieur d'une **région de confiance** (région de confiance, *trust region*) définie par $x^\top \Omega^{-1} x \leq c$, où Ω est la matrice de covariance des facteurs de risque. Plus c est petit, plus la région est restreinte — et donc plus le scénario est probable. La perte du pire cas dans cette région s'obtient en résolvant $\min_x f(x)$ sous cette contrainte, où f est le mapping du portefeuille.



Cadre réglementaire et risque systémique

Programme de tests de résistance

Depuis l'amendement de 1996 à l'accord de Bâle, toute banque utilisant un modèle interne pour son capital de marché doit disposer d'un programme rigoureux de tests de résistance, couvrant l'illiquidité, les positions concentrées, les sauts de prix et les événements de défaut. Bâle II exige que le capital minimum couvre également les résultats de ces tests de résistance — un manquement peut entraîner une charge de capital additionnelle sous le Pilier 2.

Trois moteurs du risque systémique

Le risque systémique — la propagation de l'insolvabilité d'un petit nombre d'institutions à l'ensemble du secteur — provient de trois facteurs : la **similarité des procédures de gestion du risque** entre institutions (qui favorise des réactions grégaires simultanées), les **pénuries de collatéral en chaîne** (le défaut d'une contrepartie propage la difficulté à ses propres contreparties), et l'**illiquidité des marchés** (une hausse de l'écart acheteur-vendeur sur un marché peut se propager à d'autres marchés utilisés comme substituts de couverture).

Matrices de covariance stressées

Matrices historiques et hypothétiques

Une matrice de covariance stressée peut provenir de données historiques d'une période de crise passée (par exemple, octobre 1987), ou être construite de façon hypothétique (multiplier une volatilité par cinq, augmenter une corrélation de 50 %). Elle sert ensuite à calculer une VaR normale, Monte Carlo, **ou historique** — dans ce dernier cas, on transforme les rendements historiques via les matrices de Cholesky des covariances observée et stressée pour leur imposer la structure de covariance de la crise.

Exemple : VaR stressée FTSE-S&P 500

En réutilisant la matrice de covariance du krach de 1987 (volatilités annualisées de 68 % et 95 %, corrélation 0,47) pour stresser des données historiques récentes, la VaR historique stressée à 0,1 % atteint **19,6 %** de la valeur du portefeuille, contre seulement 4,3 % pour la VaR historique ordinaire sur la même période — un facteur supérieur à 4, qui illustre la sévérité d'un régime de crise par rapport à un régime calme.

Trouver la matrice de corrélation la plus proche

Une matrice de corrélation « inventée » à la main n'est pas nécessairement semi-définie positive — donc pas nécessairement une vraie matrice de corrélation. On peut alors chercher, via la norme de Frobenius $\|A\| = \sqrt{\text{tr}(A^\top A)}$, la matrice semi-définie positive la **plus proche** de la matrice hypothétique, sous contrainte que la diagonale reste à 1 et les éléments hors diagonale restent dans $[-1, 1]$.

Les mouvements les plus probables ne sont pas des translations parallèles

Les régulateurs recommandent souvent de tester des déplacements parallèles et des inclinaisons de courbes de taux. Mais le mouvement le plus fréquent d'une courbe fortement corrélée, capturé par sa **première composante principale** (chapitre 4), n'est généralement **pas** un déplacement parallèle. Un portefeuille couvert contre les mouvements parallèles peut donc rester très exposé au mouvement réellement dominant — l'ACP identifie ainsi les véritables points faibles d'un portefeuille bien mieux qu'un choc parallèle arbitraire, tout en réduisant considérablement la dimension du test (typiquement 2 à 3 composantes suffisent à capturer 99 % de la variation historique).

Ajustements de liquidité

Deux formes de coût de liquidité

La liquidité **exogène** se traduit par l'écart acheteur-vendeur (*bid-ask spread*) : la VaR ajustée remplace le prix médian par le prix au quantile $1 - \alpha$ de la distribution du spread. La liquidité **endogène** concerne l'impact de la **quantité** échangée sur le prix médian lui-même : au-delà d'une taille de lot normale, le spread — voire le prix médian — se dégrade en fonction de la taille de la transaction.

Exemple : liquidation progressive

Pour un actif peu liquide dont la vente représente 50 % du volume quotidien moyen, liquider la totalité en un seul jour ajoute un impact de prix de 2,5 % à la VaR à 1 % (portant le total à 6,9 %), tandis qu'étaler la vente sur cinq jours réduit l'impact quotidien mais étend l'horizon de risque à 5 jours (VaR totale de 8,0 %). Le choix entre liquidation rapide ou progressive dépend donc de l'ampleur de l'impact-prix : plus il est sévère, plus il est avantageux d'étaler la liquidation dans le temps.

Choquer à la fois le rendement et la volatilité

Pour un test de résistance fondé sur la simulation historique filtrée (chapitre 3) ou sur Monte Carlo avec GARCH (chapitre 4), on choque simultanément le rendement courant (par exemple -10%) et la volatilité courante (par exemple, six fois son niveau normal), puis on propage ce double choc à travers le modèle dynamique. Cette approche capture un phénomène crucial : après un choc sévère, la volatilité future reste élevée pendant un certain temps — un effet totalement absent d'un test de résistance statique à volatilité constante.

Synthèse

L'essentiel du chapitre 7

- Un scénario se caractérise par son **type** (cas unique ou distribution) et son **origine** (historique ou hypothétique); seul un scénario de distribution permet d'associer une probabilité à la perte.
- Les scénarios de distribution normaux, composés (mélanges) et bayésiens offrent trois façons complémentaires d'incorporer des convictions subjectives dans une VaR de scénario.
- La perte « pire cas » et le *factor push* sont simples mais dépourvus de probabilité et ignorent les corrélations; la région de confiance de Studer-Lüthi corrige ce dernier défaut.
- Les matrices de covariance stressées (historiques ou hypothétiques, corrigées par la norme de Frobenius si besoin) permettent d'étendre n'importe quelle méthode de VaR — normale, historique, Monte Carlo — à un régime de crise.
- L'ACP améliore les tests de résistance sur les courbes de taux ou de crédit, en identifiant les mouvements réellement les plus probables plutôt que des chocs parallèles arbitraires.
- Les coûts de liquidité (exogène et endogène) et le *clustering* de volatilité doivent être intégrés aux tests de résistance pour des positions importantes ou peu liquides.

Vers le chapitre 8

Une fois la VaR — ordinaire ou stressée — correctement estimée, il reste à en tirer les conséquences