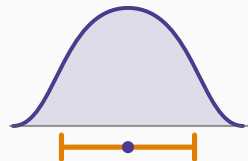


Statistique inférentielle

Chapitre 5 : Les trois lois de l'inférence



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Une dette du cours de probabilités

La loi de Student

Le khi-deux et Fisher

Ce qu'il faut retenir

Une dette du cours de
probabilités

Le chapitre 19 des probabilités les annonçait

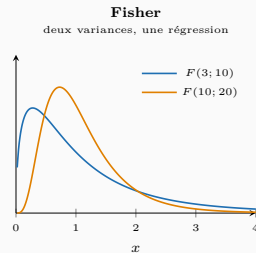
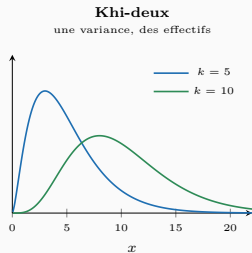
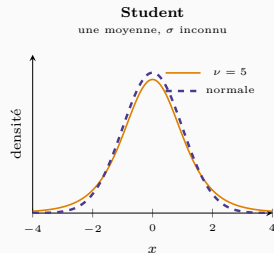
Khi-deux, Student et Fisher y étaient définies comme des lois **fabriquées** à partir de la normale — sans qu'aucun phénomène économique ne les suive.

Il était dit qu'elles ne serviraient qu'aux tests. Nous y sommes.

Leur point commun

Aucune ne décrit une population. Toutes décrivent le comportement d'une **statistique calculée sur un échantillon** :

- une variance estimée;
- une moyenne dont on a dû estimer l'écart-type;
- un rapport de deux variances estimées.



Ces trois lois sont exactement celles du chapitre 19 des probabilités — et voici enfin à quoi elles servent.

Student apparaît dès qu'on remplace σ par s : moyenne, différence de moyennes, coefficient de régression.

Khi-deux apparaît dès qu'on additionne des écarts *au carré* : variance d'un échantillon, adéquation, indépendance.

Fisher apparaît dès qu'on compare deux variances : analyse de la variance, test global d'une régression.

Le fil est toujours le même : *quelle statistique je calcule détermine quelle loi je dois lire.*

La loi de Student

Le problème

Le chapitre 3 a établi que $\frac{\bar{X} - m}{\sigma/\sqrt{n}}$ suit une loi normale.

Mais σ est un paramètre de la population : **inconnu**. On le remplace par s , calculé sur l'échantillon — et la quantité change de loi.

Le résultat

$$T = \frac{\bar{X} - m}{s/\sqrt{n}} \sim \text{Student à } n - 1 \text{ degrés de liberté}$$

Deux sources d'incertitude au lieu d'une

Au numérateur, $\bar{X}$ varie. Au dénominateur, s varie **aussi**.

Quand un petit échantillon donne par hasard un s trop petit, le rapport explose. C'est pourquoi Student a des **queues plus épaisses** que la normale : les valeurs extrêmes y sont plus fréquentes.

Le prix, chiffré

Degrés de liberté	Quantile à 97,5 %	Surcoût
5	2,571	+31 %
10	2,228	+14 %
30	2,042	+4 %
∞	1,960	—

Cinquante salariés

$n = 50$, donc $\nu = 49$ degrés de liberté, et $t_{0,975;49} = 2,010$.

Contre 1,96 pour la normale : un élargissement de 2,6 % — négligeable, mais gratuit à prendre en compte.

La règle pratique

Utilisez **toujours** Student dès que σ est inconnu, c'est-à-dire pratiquement toujours.

Les logiciels le font sans qu'on le demande. Au-delà de trente observations, la différence ne se voit plus — mais elle ne coûte rien, et en dessous elle est indispensable.

Le khi-deux et Fisher

Deux apparitions dans le cours

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} \sim \chi_{n-1}^2 \qquad \sum_{\text{cases}} \frac{(\text{observé} - \text{attendu})^2}{\text{attendu}} \sim \chi^2$$

Estimation d'une variance d'un côté; tests d'adéquation et d'indépendance de l'autre.

Le signe qui ne trompe pas

Dès qu'une procédure additionne des **écarts au carré**, un khi-deux apparaît.

Deux conséquences immédiates : la loi est **positive**, et le test est **toujours unilatéral à droite** — seuls les grands écarts contredisent l'hypothèse.

Un rapport de deux khi-deux

$$F = \frac{\chi_{d_1}^2 / d_1}{\chi_{d_2}^2 / d_2}$$

Deux degrés de liberté, un pour chaque variance comparée.

Ses deux emplois

L'analyse de la variance (chapitre 18) compare la dispersion *entre* les groupes à la dispersion à *l'intérieur* des groupes.

Le test global d'une régression (chapitre 21) compare la variance expliquée à la variance résiduelle. Le « *F* de Fisher » qu'affiche tout logiciel d'économétrie sort de là.

Quelle loi pour quelle statistique

Ce que l'on calcule	Loi à lire
une moyenne, σ connu	normale
une moyenne, σ estimé	Student, $n - 1$ ddl
une proportion, n grand	normale
une variance	khi-deux, $n - 1$ ddl
des effectifs de tableau	khi-deux
un rapport de variances	Fisher

Le seul réflexe à acquérir

La question n'est jamais « quelle formule ? » mais « **quelle statistique ai-je calculée ?** ».

La statistique détermine la loi; la loi fournit le seuil; le seuil donne la conclusion. Cet enchaînement est celui de tous les chapitres qui suivent, sans exception.

Ce qu'il faut retenir

Six points

1. Khi-deux, Student et Fisher décrivent des **statistiques d'échantillon**, jamais des populations.
2. **Student** apparaît dès qu'on remplace σ par s : queues plus épaisses, prix de l'ignorance.
3. Ce prix vaut **31 %** à cinq degrés de liberté, **4 %** à trente, zéro à l'infini.
4. **Khi-deux** apparaît dès qu'on additionne des écarts au carré ; le test est toujours unilatéral à droite.
5. **Fisher** apparaît dès qu'on compare deux variances : ANOVA et régression.
6. La statistique calculée détermine la loi à lire — c'est le seul enchaînement à retenir.

La suite

La boîte à outils est complète : nous savons comment se comportent la moyenne, la proportion et la variance d'un échantillon.

La troisième partie s'en sert pour répondre à la première question de l'inférence : **quelle valeur unique retenir pour le paramètre ?**