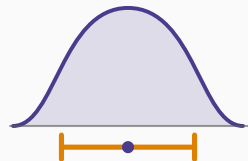


Statistique inférentielle

Chapitre 16 : Tester une moyenne, tester une proportion



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Le test d'une moyenne

Le lien avec l'intervalle de confiance

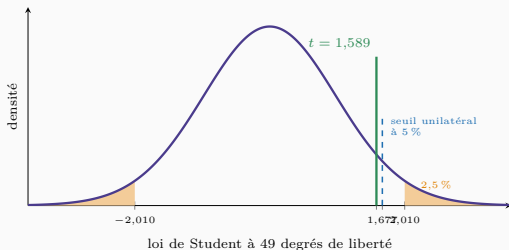
Le test d'une proportion

Ce qu'il faut retenir

Le test d'une moyenne

Le cas limite, en entier

la convention du secteur annonce 6 500 dirhams : notre entreprise paie-t-elle davantage ?



Les cinq étapes, sur nos données

1. $H_0 : m = 6\,500$ contre $H_1 : m > 6\,500$
2. $\alpha = 5\%$, unilatéral à droite
3. $t = \frac{7\,005,80 - 6\,500}{2\,250,98/\sqrt{50}} = 1,589$
4. seuil $t_{0,95;49} = 1,677$
5. $1,589 < 1,677$: **on ne rejette pas**

Le cas le plus instructif du cours.

$p = 0,059$. À 5 % on ne conclut pas ; à 10 % on conclurait. Le seuil n'est pas une frontière naturelle, c'est une convention.

La bonne conclusion n'est pas « les salaires sont égaux à 6 500 », mais « les données ne suffisent pas à établir qu'ils sont supérieurs ».

Le test de la moyenne

$$t = \frac{\bar{x} - m_0}{s/\sqrt{n}} \sim \text{Student à } n - 1 \text{ degrés de liberté}$$

Si σ était connu, on lirait la table normale — mais ce n'est jamais le cas.

Les cinq étapes appliquées

1. $H_0 : m = 6\,500$ contre $H_1 : m > 6\,500$. 2. $\alpha = 5\%$, test unilatéral à droite. 3.

$t = \frac{7\,005,80 - 6\,500}{318,34} = 1,589$. 4. Seuil : $t_{0,95;49} = 1,677$. 5. $1,589 < 1,677$: on ne rejette pas H_0 .

La phrase à écrire

« Au seuil de 5 %, les données ne permettent pas d'affirmer que le salaire moyen de l'entreprise dépasse celui de la convention. »

Et non : « le salaire moyen est de 6 500 dirhams », qui serait une acceptation de H_0 .

Ce que le gestionnaire doit ajouter

$p = 0,059$: on est passé tout près. Et l'écart estimé, +506 dirhams, est loin d'être négligeable économiquement.

La bonne recommandation n'est pas de clore le dossier, c'est d'élargir l'échantillon. Avec cent observations au lieu de cinquante, le même écart deviendrait significatif.

Le lien avec l'intervalle de
confiance

L'équivalence

Pour un test **bilatéral** au seuil α :

$$\text{rejeter } H_0 : m = m_0 \iff m_0 \notin \text{IC}_{1-\alpha}$$

Vérification sur nos données

$$\text{IC}_{95\%} = [6\,365,94 ; 7\,645,66].$$

6 500 est **dedans** : le test bilatéral ne rejette pas. Et de fait, $p_{\text{bilatéral}} = 0,119 > 0,05$.

6 000 serait **dehors** : le test le rejetterait.

L'intervalle contient tous les tests à la fois

Un intervalle de confiance est l'ensemble des valeurs de m_0 que le test **ne rejeterait pas**.

Il répond donc à une infinité de questions en une seule lecture, là où un test n'en traite qu'une.

Pourquoi les revues scientifiques exigent l'intervalle

Il donne le verdict du test **et** l'ampleur de l'effet **et** sa précision, en trois nombres.

La p -value seule n'en donne qu'un, et le moins informatif des trois. C'est la raison de fond du basculement éditorial des vingt dernières années.

Le test d'une proportion

Le test de la proportion

$$z = \frac{f - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}} \sim \mathcal{N}(0; 1)$$

valable si $np_0 \geq 5$ et $n(1 - p_0) \geq 5$.

Un détail qui compte

Au dénominateur figure p_0 , la valeur de H_0 — pas f .

Sous H_0 , la vraie proportion vaut p_0 : c'est donc elle qui donne l'écart-type. C'est la différence avec l'intervalle de confiance du chapitre 11, où l'on utilisait f faute de mieux.

La direction annonce quinze pour cent de Bac+5

1. $H_0 : p = 0,15$ contre $H_1 : p \neq 0,15$. 2. $\alpha = 5 \%$, bilatéral. 3. $f = 13/50 = 0,26$, et

$$z = \frac{0,26 - 0,15}{\sqrt{0,15 \times 0,85/50}} = \frac{0,11}{0,0505} = 2,178$$

4. Seuil : 1,96. 5. $2,178 > 1,96$: on rejette H_0 , avec $p = 0,029$.

La conclusion de gestion

« Au seuil de 5 %, la part de diplômés Bac+5 diffère significativement du chiffre annoncé par la direction. »

L'échantillon suggère 26 % contre 15 % annoncés. La vraie valeur, que ce cours seul permet de connaître, est 21,4 % : le test avait raison de rejeter $0,15$.

Deux tests, deux issues, même échantillon

Sur la moyenne, on ne rejette pas; sur la proportion, on rejette.

Il n'y a là aucune contradiction : ce sont deux questions différentes, sur deux paramètres différents. **Un test ne juge que ce qu'on lui demande de juger.**

Ce qu'il faut retenir

Six points

1. Moyenne : $t = (\bar{x} - m_0)/(s/\sqrt{n})$, loi de Student à $n - 1$ ddl.
2. Sur nos données, $t = 1,589$ contre un seuil de 1,677 : on ne rejette pas, à $p = 0,059$.
3. La conclusion se rédige en « les données ne permettent pas d'affirmer », jamais en « c'est égal ».
4. **Test bilatéral et intervalle de confiance sont équivalents** : rejeter, c'est être hors de l'intervalle.
5. Proportion : $z = (f - p_0)/\sqrt{p_0(1 - p_0)/n}$ — avec p_0 au dénominateur, pas f .
6. Sur nos données, $z = 2,178$: on rejette l'annonce de 15 %.

La suite

Un paramètre a été confronté à une valeur fixe. La question suivante est plus fréquente encore en gestion : **deux groupes diffèrent-ils entre eux ?**

Le chapitre 17 la traite — sur un exemple dont la réponse va surprendre.