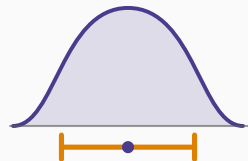


Statistique inférentielle

Chapitre 12 : Choisir la taille de l'échantillon



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

La question du commanditaire

Le cas d'une proportion

Ce qu'il faut retenir

La question du commanditaire

On connaît la réponse avant de collecter

Les chapitres précédents portaient de n pour obtenir une précision. Ici on part de la **précision voulue** et l'on en déduit n .

C'est le seul ordre correct en pratique : la taille d'échantillon se décide **avant** la collecte, jamais après.

Pour une moyenne

$$e = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow$$

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \sigma}{e} \right)^2$$

où e est la demi-largeur acceptée.

La difficulté, et comment on la contourne

La formule demande un écart-type que l'on ignore

Trois solutions, dans l'ordre de préférence :

1. une **étude antérieure** sur la même population;
2. un **pré-test** sur trente observations;
3. la règle de l'**étendue** : $\sigma \approx (\max - \min)/4$.

Sur nos salaires

Avec $\sigma \approx 2\,598$ et une confiance de 95 % :

Précision voulue	n nécessaire
± 500 dh	104
± 300 dh	288
± 150 dh	1 153
± 100 dh	2 593

Le cas d'une proportion

La formule et son maximum

Pour une proportion

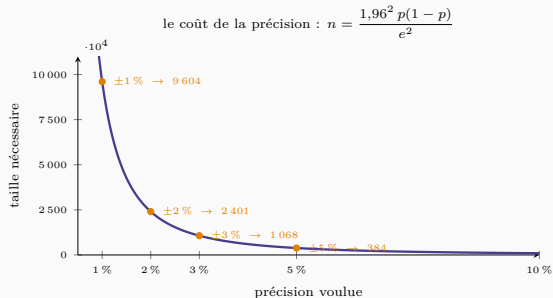
$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2 p(1-p)}{e^2}$$

Ne connaissant pas p , on prend $p = 0,5$, qui maximise $p(1-p)$ et donne donc la taille la plus grande — donc sûre.

Les valeurs à connaître

Marge d'erreur	n
$\pm 5 \%$	384
$\pm 3 \%$	1 068
$\pm 2 \%$	2 401
$\pm 1 \%$	9 604

Le coût de la précision



Trois usages en gestion

Avant de collecter, on fixe la précision voulue et la formule donne n . C'est le seul ordre correct.

Le budget est une contrainte, pas une variable d'ajustement : diviser n par deux ne dégrade la précision que de $\sqrt{2}$, mais diviser la marge par deux quadruple le coût.

Pour une moyenne, la même logique donne

$$n = \left(\frac{1,96 \sigma}{e} \right)^2,$$

où σ vient d'une étude antérieure ou d'un pré-test.

La précision est un bien à rendement décroissant

n varie comme $1/e^2$: **diviser la marge par deux quadruple la taille**, donc à peu près le budget.

Passer de $\pm 3\%$ à $\pm 1\%$ multiplie le coût par neuf pour gagner deux points.

Pourquoi tous les sondages font mille personnes

Ce n'est ni une tradition ni une contrainte réglementaire : c'est le point où la courbe s'aplatit.

En dessous, on gagne beaucoup de précision pour peu d'argent. Au-dessus, on dépense beaucoup pour presque rien. **Mille est un optimum économique, pas un chiffre rond.**

La taille de la population n'intervient pas

La formule ne contient pas N .

Estimer une proportion à $\pm 3\%$ demande environ mille personnes — que la population compte cent mille habitants ou cinquante millions.

L'image qui le fait comprendre

Pour juger d'une soupe, il faut goûter une cuillère. Il n'en faut pas davantage si la marmite est plus grande — **à condition qu'elle soit bien remuée.**

Ce « bien remuée » est exactement l'hypothèse du chapitre 2 : le tirage doit être aléatoire. C'est elle, et non la taille de la population, qui fait tout le travail.

Deux corrections à ne pas oublier

Population finie : si n dépasse 5 % de N , on peut réduire la taille calculée :

$$n_{\text{ajusté}} = \frac{n}{1 + \frac{n-1}{N}}$$

Taux de réponse : si l'on n'attend que 60 % de réponses, il faut contacter $n/0,60$ personnes.

Un calcul complet, comme en cabinet

Objectif : ± 3 % sur une population de 4 000 salariés, taux de réponse attendu 60 %.

$n = 1\,068$, puis ajustement : $1\,068 / (1 + 1\,067/4\,000) = 843$.

Enfin : $843/0,60 = 1\,405$ questionnaires à envoyer. **C'est ce dernier nombre qui figure au devis.**

Ce qu'il faut retenir

Six points

1. La taille se calcule **avant** la collecte, à partir de la précision voulue.
2. Moyenne : $n = (z_{\alpha/2} \sigma / e)^2$, avec σ venu d'une étude antérieure ou d'un pré-test.
3. Proportion : $n = z_{\alpha/2}^2 p(1 - p) / e^2$, et l'on prend $p = 0,5$ par prudence.
4. n varie en $1/e^2$: **diviser la marge par deux quadruple le coût.**
5. La **taille de la population n'intervient pas** — seule compte la qualité du tirage.
6. Deux ajustements de terrain : population finie, et taux de réponse.

La suite

Nous savons estimer et encadrer. Reste la troisième question, et la plus fréquente en gestion : **une affirmation est-elle compatible avec les données?**

C'est la théorie des tests, et elle occupe les sept chapitres suivants.