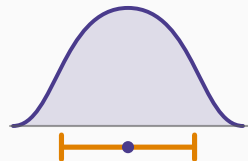


Statistique inférentielle

Chapitre 13 : La logique d'un test



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Décider sous incertitude

Le procès

La règle de décision

Ce qu'il faut retenir

Décider sous incertitude

On ne cherche plus une valeur, on juge une affirmation

« La convention du secteur fixe un salaire moyen de 6 500 dirhams. Notre entreprise paie-t-elle davantage ? »

Ce n'est plus une demande d'estimation : c'est une **décision binaire**, et il faut une règle pour la prendre.

Test d'hypothèse

Un **test** est une règle qui, à partir d'un échantillon, conduit à rejeter ou à ne pas rejeter une affirmation portant sur la population.

Il ne démontre rien : il arbitre entre deux explications d'un écart observé — le hasard d'échantillonnage, ou une différence réelle.

Nulle et alternative

H_0 , l'hypothèse nulle : celle que l'on maintient par défaut. Elle contient toujours une égalité.

H_1 , l'hypothèse alternative : ce que l'on cherche à établir.

Sur notre question

$$H_0 : m = 6\,500 \qquad H_1 : m > 6\,500$$

H_0 est le statu quo : notre entreprise paie comme le secteur. H_1 est ce qu'il faudrait des preuves pour affirmer.

Le procès

L'analogie, et elle est exacte

Un test d'hypothèse est un procès, et il en a l'asymétrie.

	H_0 est vraie	H_0 est fausse
	l'accusé est innocent	l'accusé est coupable
On ne rejette pas H_0 acquittement	décision correcte $1 - \alpha$	erreur de 2 ^e espèce β — un coupable relâché
On rejette H_0 condamnation	erreur de 1 ^{re} espèce α — un innocent condamné	décision correcte $1 - \beta$, la puissance

H_0 est la présomption d'innocence.

On la maintient tant que les données ne la contredisent pas de façon flagrante.

On ne « prouve » jamais H_0 .

Un acquittement n'établit pas l'innocence : il constate que la preuve manque. De même, ne pas rejeter H_0 ne la démontre pas.

Le choix de H_0 n'est pas neutre.

On y met ce qu'on ne veut pas affirmer à tort — l'efficacité d'un médicament, la culpabilité, l'existence d'un effet.

C'est pourquoi l'on écrit « on ne rejette pas H_0 » et jamais « on accepte H_0 ». La nuance n'est pas de style.

Trois règles de rédaction

1. H_0 contient l'égalité, toujours.
2. On écrit « on **ne rejette pas** H_0 », jamais « on accepte H_0 ».
3. On place dans H_1 ce que l'on veut **établir**, et donc dans H_0 ce que l'on ne veut pas affirmer à tort.

Pourquoi la deuxième règle n'est pas une coquetterie

Un acquittement ne prouve pas l'innocence : il constate que la preuve manque.

De même, ne pas rejeter H_0 peut signifier deux choses très différentes : ou bien H_0 est vraie, ou bien l'échantillon était trop petit pour voir quoi que ce soit. **Le test ne permet pas de distinguer les deux.**

Le choix de H_0 est une décision de gestion

Deux formulations, deux industries

Un laboratoire teste un médicament. H_0 : « le médicament est sans effet ». On exige des preuves solides pour affirmer le contraire — la charge pèse sur l'innovation.

Un contrôle de sécurité teste une pièce. H_0 : « la pièce est défectueuse ». On exige des preuves pour la déclarer conforme — la charge pèse sur le producteur.

Le principe qui gouverne le choix

On place dans H_0 l'affirmation dont **l'acceptation erronée serait la plus coûteuse**.

Ce n'est pas une question statistique : c'est un arbitrage entre deux risques, et il relève de la direction, pas du calcul.

La règle de décision

La procédure, identique pour tous les tests du cours

1. Écrire H_0 et H_1 .
2. Choisir le risque α et la forme du test.
3. Calculer la **statistique de test**.
4. Lire le **seuil critique** dans la table de la loi correspondante.
5. Conclure, **en une phrase de gestion**.

Seule l'étape 3 change d'un test à l'autre

Moyenne, proportion, comparaison, ANOVA, khi-deux : les cinq étapes ne bougent jamais.

Ce qui change est la **statistique calculée** — et donc la loi à lire à l'étape 4. C'est exactement ce qu'annonçait la carte du chapitre 5.

Sa forme générale

$$\text{statistique} = \frac{\text{ce qu'on observe} - \text{ce que } H_0 \text{ prévoit}}{\text{erreur-type}}$$

Elle mesure l'écart **en nombre d'erreurs-types** : un écart de deux erreurs-types est rare sous H_0 , un écart d'un demi ne l'est pas.

Sur notre question

$$t = \frac{7\,005,80 - 6\,500}{2\,250,98/\sqrt{50}} = \frac{505,80}{318,34} = 1,589$$

Notre moyenne est à 1,589 erreur-type au-dessus de ce que la convention annonce.

Deux lectures équivalentes

Par le seuil : on rejette H_0 si la statistique dépasse la valeur critique.

Par la p -value : on rejette H_0 si $p < \alpha$.

Elles donnent toujours le même verdict

Ce sont deux façons de lire la même aire sous la même courbe.

La première était la seule possible à l'époque des tables imprimées; la seconde est celle des logiciels, et elle est plus informative — elle dit *de combien* on a franchi le seuil. Le chapitre 15 lui est consacré.

Ce qu'il faut retenir

Six points

1. Un test **arbitre** entre hasard d'échantillonnage et différence réelle; il ne démontre pas.
2. H_0 contient l'égalité et se maintient par défaut; H_1 est ce que l'on veut établir.
3. On écrit « **on ne rejette pas H_0** » — jamais « on accepte ».
4. Le choix de H_0 est un **arbitrage entre deux risques**, donc une décision de gestion.
5. Cinq étapes, identiques pour tous les tests; seule change la statistique calculée.
6. Statistique = (observé — prévu par H_0) divisé par l'erreur-type : un **écart en nombre d'erreurs-types**.

La suite

Rejeter à tort, ou ne pas rejeter alors qu'il le fallait : deux erreurs opposées, que l'on ne peut pas réduire ensemble.

Le chapitre 14 les mesure — et montre que l'une se fixe tandis que l'autre se subit.