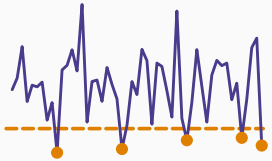
Mesure et gestion du risque de marché

Chapitre 1 : Estimer les mesures de risque de marché



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 30 août 2026

Plan du chapitre

Prérequis

Avant de commencer

Les données de pertes

La simulation historique

La VaR paramétrique

Mesures cohérentes de risque

La précision des estimateurs

Une feuille de route

Synthèse

Prérequis

Ce que ce cours suppose acquis

Le cours qui précède

Modèles d'évaluation et de risque, dont ce cours applique les valorisations au calcul d'une exposition.

Les notions mobilisées

L'évaluation des instruments et leurs sensibilités. La Value at Risk et ses trois méthodes de calcul. Le backtesting.

Ce que le cours établit lui-même

Ce que ce cours ajoute

Il traite le premier des grands risques bancaires : celui qui vient du **prix des actifs détenus**.

C'est aussi le plus mesurable des quatre, ce qui en fait le point d'entrée naturel — et l'étalon auquel les autres seront comparés.

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

Après les quatre cours de la première partie, ce cours entre dans le détail technique de chaque famille de risque, en commençant par le risque de marché. Ce premier chapitre pose les bases : sous quelle forme se présentent les données de pertes et profits, comment en tirer une VaR par simulation historique ou par une hypothèse de distribution, comment estimer l'expected shortfall et les mesures cohérentes qui le généralisent, et — point souvent négligé — avec quelle précision ces estimations sont-elles connues.

Les données de pertes

Trois façons d'exprimer le même mouvement

Pertes et profits (P/L)

Le P/L d'une position sur la période t est sa valeur en fin de période, augmentée des paiements intermédiaires, moins sa valeur en début de période. Par convention inverse, les données de **pertes** (L/P) affectent un signe positif aux pertes et négatif aux profits — commode, puisque les mesures de risque se lisent alors directement comme des pertes.

Rendement arithmétique

Le rendement arithmétique est le P/L rapporté à la valeur de la position en début de période. Il suppose implicitement que les paiements intermédiaires ne rapportent rien — hypothèse défendable à court terme, discutable sur longue période.

Rendement géométrique

Le rendement géométrique est le logarithme du rapport des valeurs successives. Il suppose un réinvestissement continu des paiements intermédiaires et présente un avantage décisif : la valeur de la position ne peut jamais devenir négative, quelle que soit l'ampleur du rendement — ce que n'assure pas le rendement arithmétique.

Quand la différence compte

La simulation historique

Le principe

Estimer la VaR par les rangs

La méthode la plus simple ordonne les pertes observées et lit la VaR directement sur cet ordre. Avec n observations et un niveau de confiance α, la VaR est la $(1-\alpha)n+1$-ième perte la plus élevée.

Mille observations, VaR à 95 pour cent

Sur 1000 pertes observées, le seuil à 95 % laisse 5 % — soit 50 observations — dans la queue. La VaR est alors la 51e perte la plus élevée : ni la 50e ni la 52e, une convention parmi d'autres possibles, la sparsité des données interdisant une frontière exacte.

Aucune hypothèse de distribution

Cette lecture ne suppose rien sur la forme de la distribution : elle laisse parler les données. C'est sa force — et sa limite, puisqu'elle ne peut rien dire au-delà de ce qui s'est déjà produit, question développée au chapitre suivant.

La VaR paramétrique

Sous l'hypothèse de normalité

La formule

Si le P/L suit une loi normale de moyenne μ et d'écart-type σ, la VaR au niveau α vaut

$$\mathrm{VaR}_\alpha = -\mu + \sigma z_\alpha,$$

où z_α est le quantile normal standard correspondant $-1{,}645$ à 95 %, $2{,}326$ à 99 %.

P/L de moyenne 10, d'écart-type 20

La VaR à 95 % vaut $-10 + 20 \times 1{,}645 = 22{,}9$. À 99 %, elle vaut $-10 + 20 \times 2{,}326 = 36{,}5$. Le passage d'un niveau de confiance à l'autre ne change que le quantile mobilisé — la mécanique reste identique.

Rendements géométriques et VaR lognormale

Pourquoi passer au lognormal

Supposer le P/L normal autorise une valeur de position négative — absurde économiquement. En supposant plutôt les rendements **géométriques** normaux, la valeur de la position suit une loi **lognormale**, toujours positive. La VaR qui en résulte,

$$\mathrm{VaR}_\alpha = P_{t-1}(1 - \exp[\mu_R - \sigma_R z_\alpha]),$$

reste cohérente avec cette contrainte.

Les deux VaR convergent à court terme

Avec un rendement annualisé de moyenne 10 % et de volatilité 40 %, ramené à un jour, la VaR normale à 95 % vaut 4,12 % et la VaR lognormale 4,04 % — quasiment identiques. Sur un horizon d'un jour, la distinction entre les deux hypothèses importe peu ; elle devient significative à mesure que l'horizon et les rendements s'allongent.

Mesures cohérentes de risque

Une moyenne pondérée de queue

L’ES est la perte moyenne au-delà de la VaR. On peut l’estimer en découpant la queue en n tranches de probabilité égale, en calculant la VaR de chaque tranche, puis en moyennant ces VaR — l’**average-tail-VaR**.

Convergence de l’estimateur

Pour une perte normale centrée réduite, la VaR à 95 % vaut 1,645 et l’ES exacte 2,063. Avec seulement $n = 10$ tranches, l’average-tail-VaR donne déjà 2,025 ; avec $n = 1\,000$, 2,062 — la convergence est rapide, un nombre modéré de tranches suffit en pratique.

Généraliser l'ES

L'ES pondère également toutes les VaR au-delà du seuil. Une **mesure spectrale** généralise cette idée en choisissant une fonction de poids $\phi(p)$ croissante, qui peut refléter une aversion au risque croissant avec l'ampleur de la perte — les pertes extrêmes comptant alors plus que les pertes juste au-delà du seuil.

Le même moteur de calcul

Estimer n'importe quelle mesure cohérente revient toujours à estimer des quantiles, puis à en faire une moyenne pondérée. Un moteur de VaR déjà en place ne demande donc que des ajustements mineurs pour produire l'ES ou une mesure spectrale — le coût marginal de ces mesures plus riches est faible.

La précision des estimateurs

L’erreur type d’un quantile

Ce qu’elle mesure

Tout estimateur de risque n’est qu’une estimation : il faut en connaître la précision. L’erreur type d’un quantile dépend du niveau de probabilité, de la taille de l’échantillon et de la densité au point considéré — elle **croît** à mesure que le quantile s’éloigne vers l’extrême, et **décroît** avec la taille de l’échantillon.

Des intervalles souvent très larges

Sur un échantillon de 1000 observations d’une loi normale standard, l’intervalle de confiance à 90 % pour la VaR à 95 % s’étend d’environ 0,61 à 2,68 — un intervalle considérable, qui dépend en outre du choix arbitraire de la largeur des classes utilisées pour l’estimation. Une VaR sans intervalle de confiance ne dit qu’une partie de ce qu’elle devrait dire.

Les mesures cohérentes, un cas plus difficile

Le bootstrap

Faute de formule simple pour l'erreur type d'une mesure cohérente, le **bootstrap** — rééchantillonnage avec remise dans les données — fournit un estimateur pratique de sa précision, et permet de construire un intervalle de confiance directement à partir de la distribution des estimations rééchantillonnées.

L'ES n'est pas systématiquement moins précise

On a pu craindre que l'ES, moyenne de pertes extrêmes rares, soit nettement moins précise que la VaR sur des distributions à queue épaisse. Les études les plus récentes nuancent ce constat : dans les configurations empiriquement réalistes, les précisions des deux mesures restent comparables.

Une feuille de route

Trois questions préalables

Quelle mesure, à quel niveau, par quelle méthode

Avant d'estimer quoi que ce soit, trois choix s'imposent : **quelle mesure** — VaR, ES, mesure spectrale ; **à quel niveau d'analyse** — le portefeuille agrégé, plus simple, ou chaque position, plus flexible mais multivarié ; et **par quelle méthode** — non paramétrique, paramétrique, ou Monte Carlo, chacune développée dans les chapitres suivants.

Ne jamais estimer sans regarder les données

Avant toute estimation, l'histogramme et les statistiques descriptives — moyenne, asymétrie, aplatissement — révèlent souvent des queues épaisses ou une asymétrie qui orienteront le choix de la distribution. Le graphique quantile-quantile (QQ-plot), qui compare les quantiles empiriques à ceux d'une distribution de référence, est l'outil le plus direct : une droite confirme l'ajustement, une courbure aux extrémités trahit des queues plus lourdes que la référence.

Synthèse

Ce qu'il faut retenir

Synthèse du chapitre

Les pertes se mesurent en P/L ou en rendements **arithmétiques** ou **géométriques**, ces derniers seuls compatibles avec une valeur toujours positive. La **simulation historique** lit la VaR directement sur les pertes ordonnées, sans hypothèse de distribution. Les approches **paramétriques** — normale ou lognormale — en fournissent une formule fermée, les deux convergeant à court horizon. L'**expected shortfall** et les **mesures spectrales** généralisent la VaR en moyennant les pertes de queue, avec des poids uniformes ou croissants. Enfin, toute estimation reste imprécise : l'erreur type d'un quantile croît avec l'extrémité du seuil, et le bootstrap offre le moyen le plus pratique d'évaluer la précision des mesures cohérentes.