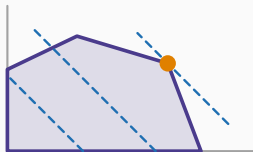


Recherche opérationnelle

Chapitre 4 : La résolution graphique



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Tracer le domaine

Trouver l'optimum

Ce que le dessin apprend

Ce qu'il faut retenir

Tracer le domaine

Pour chaque contrainte

1. Remplacer $\leq$ par $=$: on obtient une **droite**.
2. La tracer par ses deux intersections avec les axes.
3. Choisir le **bon côté** en testant l'origine.

La contrainte de découpe

$2x + y = 100$ coupe l'axe des x en $(50, 0)$ et l'axe des y en $(0, 100)$.

Test de l'origine : $2(0) + 0 = 0 \leq 100$. **Vrai** : le domaine est du côté de l'origine.

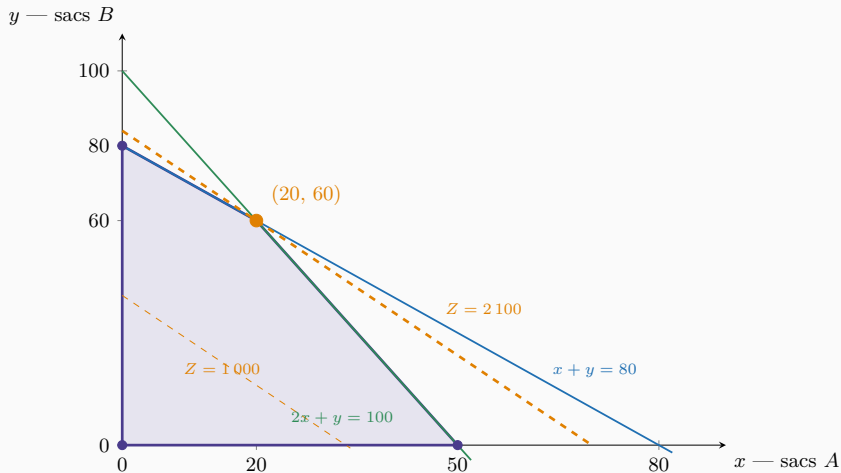
La contrainte de couture

$x + y = 80$ coupe les axes en $(80, 0)$ et $(0, 80)$. L'origine vérifie aussi.

Le domaine réalisable

C'est l'intersection des deux demi-plans avec le quart de plan positif : un quadrilatère de sommets

$$(0, 0), \quad (50, 0), \quad (20, 60), \quad (0, 80)$$



L'optimum est le dernier point du domaine touché par la droite de niveau.

Trouver l'optimum

Par les sommets

Le théorème du chapitre 3 garantit que l'optimum est en un sommet. On les évalue tous et on garde le meilleur.

Par la droite de niveau

$Z = 30x + 25y$ décrit, pour chaque valeur de Z , une **droite de pente** $-30/25 = -1,2$.

On la fait glisser parallèlement à elle-même vers le nord-est jusqu'au dernier point de contact.

Les quatre valeurs

Sommet	Découpe	Couture	$Z = 30x + 25y$
$(0, 0)$	0	0	0
$(50, 0)$	100	50	1 500
$(20, 60)$	100	80	2 100
$(0, 80)$	80	80	2 000

Le résultat

Produire 20 sacs A et 60 sacs B , pour une marge de 2 100 DH.

Les deux ressources sont **saturées** : 100 heures de découpe et 80 de couture sont entièrement consommées.

Comment retrouver le sommet optimal

Le point (20, 60)

Il est l'intersection des deux droites de contrainte :

$$\begin{cases} 2x + y = 100 \\ x + y = 80 \end{cases} \implies x = 20, y = 60$$

En retranchant la seconde de la première : $x = 20$, d'où $y = 60$.

Pourquoi c'est celui-là

La pente de l'objectif, $-1,2$, est **comprise entre** celle de la découpe, -2 , et celle de la couture, -1 .

Quand la pente de l'objectif se situe entre celles de deux contraintes, l'optimum est à leur intersection.

Le sommet optimal se lit sur les pentes, avant tout calcul.

Ce que le dessin apprend

Pourquoi pas 50 sacs A

Le sac A rapporte 30 DH contre 25. Pourtant on n'en produit que 20.

Parce qu'il consomme **deux heures de découpe** : sa marge par heure de découpe est $30/2 = 15$ DH, contre $25/1 = 25$ DH pour le sac B .

La vraie mesure de la rentabilité

Ce n'est pas la marge à l'unité, c'est la **marge par unité de ressource rare**.

On produit néanmoins vingt sacs A , parce que la couture, elle aussi, est limitée : ne faire que du B laisserait 20 heures de découpe inutilisées.

Ce que l'optimum équilibre

Il ne maximise ni l'usage de la découpe seule ni celui de la couture seule : il **sature les deux à la fois**.

Ce que la méthode graphique ne peut pas faire

Elle s'arrête à deux variables — trois à la rigueur, en perspective.

Au-delà, le polyèdre n'est plus dessinable. **Mais tout ce qu'on vient de voir reste vrai en dimension n : c'est ce qui rend le chapitre 5 lisible.**

Ce qu'il faut retenir

Six points

1. Chaque contrainte donne une **droite**; le test de l'origine donne le bon côté.
2. Le domaine de l'atelier a quatre sommets : $(0, 0)$, $(50, 0)$, $(20, 60)$, $(0, 80)$.
3. L'optimum est $x = 20$, $y = 60$, pour $Z = 2\,100$ DH.
4. Les **deux ressources sont saturées** à l'optimum.
5. Le sommet optimal se prévoit par la **pente de l'objectif** rapportée à celles des contraintes.
6. La bonne mesure de rentabilité est la **marge par unité de ressource rare**.

La suite

Le chapitre 5 refait ce calcul sans dessin. Le simplexe part d'un sommet et se déplace vers un sommet voisin tant que la marge augmente — exactement ce que l'œil vient de faire.