

Modélisation GARCH de la volatilité

Chapitre 11 : L'effet de levier et l'EGARCH de Nelson



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Avant de commencer

La courbe d'impact des nouvelles

Le modèle EGARCH

Propriétés

Un exemple chiffré

Synthèse

Avant de commencer

Ce que le GARCH ne peut pas faire

Dans $h_t = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$, le choc n'intervient que par son **carré**. Donc $\varepsilon_{t-1} = +2$ et $\varepsilon_{t-1} = -2$ produisent rigoureusement la même variance.

Le fait 5 – l'effet de levier – est hors d'atteinte par construction.

La courbe d'impact des nouvelles

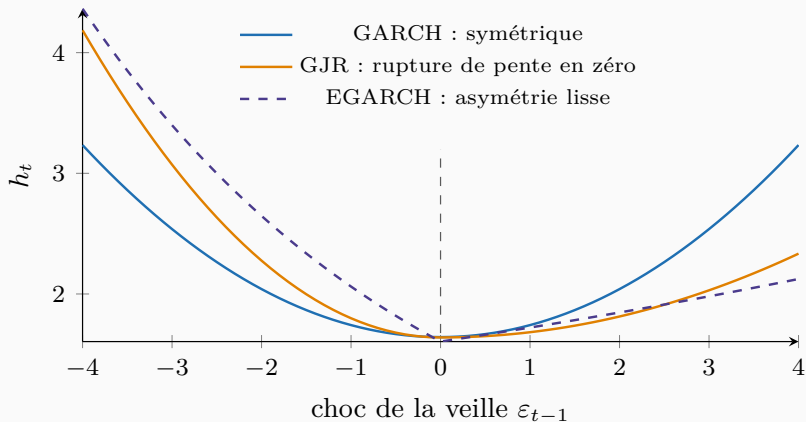
News impact curve (Engle et Ng, 1993)

La fonction qui associe au choc de la veille la variance du jour, la variance de la veille étant fixée à son niveau de long terme :

$$\text{NIC}(\varepsilon) = h_t \mid \varepsilon_{t-1} = \varepsilon, h_{t-1} = \sigma^2.$$

Ce qu'elle permet

Comparer visuellement des modèles dont les équations n'ont rien de comparable. Pour le GARCH c'est une parabole, centrée en zéro et **symétrique**. Toute la question est de savoir comment la rendre asymétrique.



Le modèle EGARCH

Nelson (1991)

$$\ln h_t = \omega + \alpha_1 \left(|z_{t-1}| - E|z_{t-1}| \right) + \lambda z_{t-1} + \beta_1 \ln h_{t-1}$$

avec $z_{t-1} = \varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}}$, le choc **standardisé**.

Trois innovations par rapport au GARCH, et chacune résout un problème distinct.

On modélise $\ln h_t$, non h_t

$h_t = \exp(\cdot)$ est positif quoi qu'il arrive.

La conséquence, considérable en pratique

Aucune contrainte de signe à imposer aux paramètres. L'optimiseur travaille librement, ne bute sur aucune borne, et les écarts-types restent interprétables.

C'est l'argument qui fait préférer l'EGARCH quand les contraintes du GARCH deviennent gênantes.

Innovation 2 : le terme asymétrique

λ, z_{t-1} : le choc en niveau, non au carré

Ce terme est **impair** : il change de signe avec le choc.

$\lambda < 0$: un choc négatif augmente $\ln h_t$, un choc positif le diminue. C'est exactement l'effet de levier.

L'effet total, décomposé

Choc	Terme $\alpha_1 z $	Terme λz	Total
$z_{t-1} = +2$	$+2\alpha_1$	$+2\lambda$	$2(\alpha_1 + \lambda)$
$z_{t-1} = -2$	$+2\alpha_1$	-2λ	$2(\alpha_1 - \lambda)$

Avec $\lambda < 0$, le second dépasse le premier : la baisse fait davantage monter la volatilité.

z_{t-1} plutôt que ε_{t-1}

Le choc est rapporté à la volatilité du moment.

Pourquoi c'est plus juste

Une baisse de 2 % n'a pas le même sens en période calme et en pleine crise. Dans le premier cas c'est un événement rare; dans le second, une journée ordinaire.

L'EGARCH mesure la surprise **relative** : c'est plus conforme à la façon dont un marché réagit.

Une hypothèse simple

$$H_0 : \lambda = 0 \quad (\text{pas d'effet de levier}) \quad \text{contre} \quad H_1 : \lambda < 0.$$

Test de Student ordinaire sur le coefficient estimé.

Le résultat usuel

Sur indices boursiers, $\hat{\lambda}$ est négatif et très significatif — souvent entre $-0,05$ et $-0,15$. Sur taux de change, il est proche de zéro : pas d'effet de levier, ce qui se comprend puisqu'une devise qui baisse est une autre qui monte.

Propriétés

Une condition simple

$$|\beta_1| < 1.$$

Le contraste avec le GARCH

C'est la seule condition. Il n'y a **aucune** contrainte de positivité, puisque le logarithme s'en charge.

La variance de long terme existe mais son expression est moins simple : l'espérance de $\ln h_t$ se calcule aisément, celle de h_t demande de connaître la loi de z_t .

Trois réserves

L'interprétation est moins directe. Les coefficients agissent sur le logarithme de la variance : leur lecture en pourcentage demande un passage à l'exponentielle.

La prévision à plusieurs pas est délicate. $E(\ln h_{t+k})$ se calcule facilement, mais $E(h_{t+k})$ non — et c'est cette dernière qu'il faut pour une VaR. On y revient au chapitre 16.

Le modèle réagit fort aux valeurs extrêmes. L'exponentielle amplifie : un z très grand peut produire une variance prévue démesurée.

Un exemple chiffré

Ordre de grandeur d'une estimation EGARCH

$$\ln h_t = -0,02 + 0,16(|z_{t-1}| - E|z|) - 0,09 z_{t-1} + 0,97 \ln h_{t-1}$$

Lecture

$\hat{\beta}_1 = 0,97$: forte persistance, comme toujours.

$\hat{\lambda} = -0,09$, négatif : effet de levier confirmé.

Un choc de -2 écarts-types fait varier $\ln h_t$ de $0,16 \times 2 + 0,09 \times 2 = 0,50$, soit une variance multipliée par $e^{0,50} = 1,65$. Le même choc positif donne $0,16 \times 2 - 0,09 \times 2 = 0,14$, soit un facteur 1,15.

Une baisse de deux écarts-types fait monter la variance quatre fois plus qu'une hausse identique.

Synthèse

L'essentiel du chapitre 11

- La **courbe d'impact des nouvelles** rend comparables des modèles d'écritures différentes.
- Le GARCH a une courbe d'impact symétrique : il ne peut pas capter le fait 5.
- **EGARCH** : $\ln h_t = \omega + \alpha_1(|z_{t-1}| - E|z|) + \lambda z_{t-1} + \beta_1 \ln h_{t-1}$.
- Le logarithme assure la positivité : **aucune contrainte** sur les paramètres.
- $\lambda < 0$ produit l'effet de levier ; on le teste par un simple test de Student.
- Stationnarité si $|\beta_1| < 1$. Inconvénient : la prévision de h_{t+k} à plusieurs pas est délicate.

Vers le chapitre 12

L'EGARCH règle le problème, mais au prix d'un changement d'échelle. Il existe une solution plus économe, qui garde l'équation en niveau et se contente d'ajouter un terme : le GJR-GARCH.