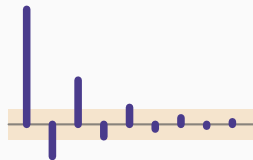


Modélisation ARMA des rentabilités financières

Chapitre 12 : Box et Jenkins — l'identification



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Avant de commencer

L'étape zéro : stationnariser

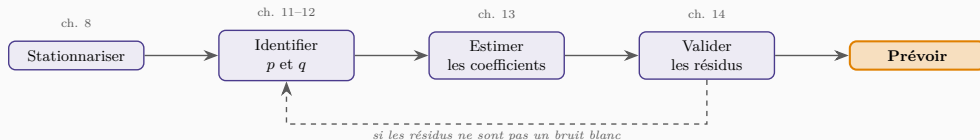
L'identification par ACF et PACF

La fonction d'autocorrélation étendue

Une liste de candidats

Synthèse

Avant de commencer



Box et Jenkins (1970)

Une méthode **itérative** en trois temps : identifier les ordres, estimer les coefficients, valider par l'examen des résidus. Si la validation échoue, on retourne à l'identification.

Ce qui fait sa valeur

Elle ne prétend pas trouver le vrai modèle du premier coup. Elle organise un aller-retour discipliné entre le modèle et les données, avec un critère d'arrêt clair : des résidus qui sont un bruit blanc.

L'étape zéro : stationnariser

Rien avant cela

Aucune identification n'a de sens sur une série non stationnaire : les autocorrélations empiriques ne convergent alors vers rien.

La séquence

1. Graphique de la série : tendance ? amplitude changeante ?
2. ACF : décroissance très lente ?
3. Test de racine unitaire : Dickey-Fuller augmenté, complété par KPSS.
4. Si nécessaire : logarithme, puis différence première.

Sur les rentabilités

Le travail est déjà fait : $r_t = \Delta \ln P_t$ est stationnaire en moyenne. On passe directement à l'identification.

L'identification par ACF et PACF

Rappel de la règle de lecture

Modèle	ACF	PACF
AR(p)	décroît	coupe après p
MA(q)	coupe après q	décroît
ARMA(p,q)	décroît	décroît

Deux lectures concrètes

Trois pics significatifs sur la PACF, une ACF qui s'estompe régulièrement : AR(3).

Un seul pic sur l'ACF, une PACF qui décroît en alternant : MA(1) avec $\beta < 0$.

Quatre erreurs fréquentes

- **Le pic isolé au loin.** Un dépassement au retard 17 sans structure autour : sur 20 retards à 5 %, un dépassement est attendu par hasard.
- **La coupure floue.** Sur données réelles, l'ACF ne tombe jamais exactement à zéro. Il faut juger de la rupture, pas de la nullité.
- **La saisonnalité.** Des pics aux retards 12, 24, 36 sur données mensuelles ne relèvent pas d'un ARMA ordinaire mais d'un modèle saisonnier.
- **Le sur-diagnostic.** Devant l'ambiguïté, on est tenté d'augmenter les ordres. C'est l'inverse qu'il faut faire : partir petit.

Comment procéder

L'ACF et la PACF ne désignent pas un modèle : elles désignent une **liste courte** de candidats. On les estimera tous, et l'on tranchera par les critères d'information et la validation.

La fonction d'autocorrélation étendue

Le cas mixte

Pour un ARMA(1,1), ACF et PACF décroissent toutes deux : aucune ne coupe, aucune ne livre d'ordre. Il faut un instrument conçu pour ce cas.

EACF (Tsay et Tiao, 1984)

Pour chaque ordre autorégressif i essayé, on **filtre** la partie AR de la série par régressions successives, puis on examine l'ACF du résidu obtenu. Si i est le bon ordre AR, ce résidu est un MA pur, dont l'ACF coupe après q .

Autrement dit

On retire l'autorégression pour ne laisser que la moyenne mobile — dont l'ordre, lui, se lit sans difficulté.

Lire le tableau

On dresse une table à double entrée : lignes $\$i = \$$ ordre AR, colonnes $\$j = \$$ ordre MA. On y inscrit $\times$ si l'autocorrélation correspondante est significative, $\circ$ sinon.

Le triangle de zéros — ici un ARMA(1,1)

AR \ MA	0	1	2	3	4
0	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
1	$\times$	$\circ$	$\circ$	$\circ$	$\circ$
2	$\times$	$\circ$	$\circ$	$\circ$	$\circ$
3	$\times$	$\times$	$\circ$	$\circ$	$\circ$

La règle

On repère le **sommet** du triangle de $\circ$: sa ligne donne p , sa colonne donne q . Ici, sommet en $(1, 1)$: ARMA(1,1).

Un outil utile, mais pas un oracle

Sur données réelles, le triangle est rarement net : quelques $\times$ traînent à l'intérieur. L'EACF sert à **restreindre** la liste des candidats, non à désigner le modèle. La décision se prend au chapitre 13.

Une liste de candidats

Ce que produit l'étape d'identification

Non pas un modèle, mais trois à cinq candidats plausibles — par exemple : $AR(1)$, $MA(1)$, $ARMA(1,1)$, $ARMA(2,1)$.

Sur les rentabilités, la liste est courte

Les corrélogrammes des rentabilités quotidiennes montrent le plus souvent une ACF et une PACF entièrement contenues dans les bandes. Le candidat naturel est donc... le **bruit blanc**, $ARMA(0,0)$. C'est un résultat, pas un échec — et le chapitre 15 en tirera les conséquences.

Synthèse

L'essentiel du chapitre 12

- Box et Jenkins : stationnariser, identifier, estimer, valider — avec retour en arrière.
- L'identification repose sur la table ACF/PACF : coupure de l'ACF $\rightarrow q$, coupure de la PACF $\rightarrow p$.
- Pour les modèles mixtes, ni l'une ni l'autre ne coupe : on recourt à l'**EACF** et à son triangle de zéros.
- Les pièges : pic isolé, coupure floue, saisonnalité, tentation du sur-diagnostic.
- L'identification produit une **liste de candidats**, pas une réponse.

Vers le chapitre 13

Il faut donc un critère chiffré pour départager ces candidats — un critère qui récompense l'ajustement et pénalise la complexité.