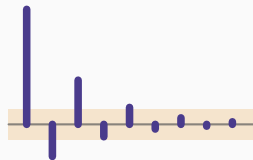


Modélisation ARMA des rentabilités financières

Chapitre 13 : Le choix du modèle par les critères d'information



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Avant de commencer

Le principe

Les trois critères

La procédure en pratique

Synthèse

Avant de commencer

Le chapitre 12 a livré une liste de candidats. Comment trancher ?

Pourquoi l'ajustement seul ne peut pas servir

Ajouter un retard ne peut **jamais** dégrader l'ajustement dans l'échantillon : la vraisemblance augmente mécaniquement. Choisir le modèle qui ajuste le mieux, c'est choisir le plus gros — et prévoir mal.

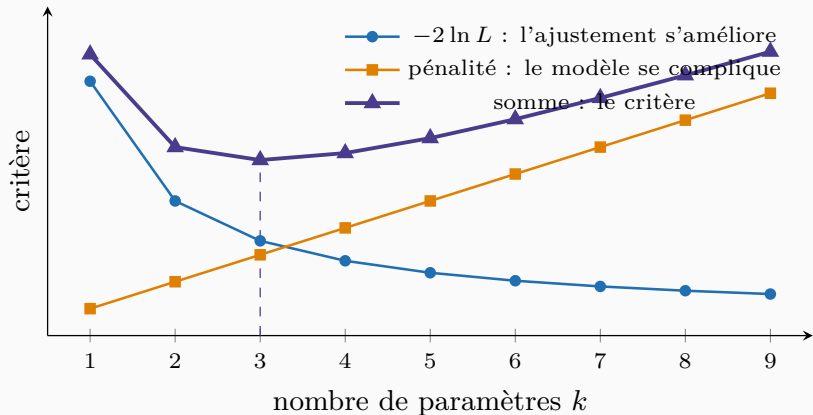
Le principe

Forme générale d'un critère d'information

$$\text{critère} = \underbrace{-2 \ln \hat{L}}_{\text{défaut d'ajustement}} + \underbrace{\kappa(T) \cdot k}_{\text{pénalité}},$$

où $\hat{L}$ est la vraisemblance maximisée et $k = p + q + 1$ le nombre de paramètres.

On retient le modèle qui minimise le critère.



La lecture

Le premier terme décroît : plus de paramètres, meilleur ajustement. Le second croît linéairement. Leur somme atteint un minimum — c'est le modèle retenu.

Les trois critères

AIC, BIC et Hannan-Quinn

$$\text{AIC} = -2 \ln \hat{L} + 2k$$

$$\text{BIC} = -2 \ln \hat{L} + k \ln T \quad (\text{aussi noté SC, critère de Schwarz})$$

$$\text{HQ} = -2 \ln \hat{L} + 2k \ln(\ln T)$$

Ils ne diffèrent que par le poids $\kappa(T)$ accordé à chaque paramètre.

Coût d'un paramètre supplémentaire

T	AIC (2)	HQ ($2 \ln \ln T$)	BIC ($\ln T$)
100	2,00	3,06	4,61
500	2,00	3,68	6,21
2 500	2,00	4,12	7,82

Ce que le tableau montre

La pénalité de l'AIC ne dépend **pas** de la taille de l'échantillon; celles du BIC et du HQ croissent avec T . Sur données financières, où T dépasse souvent 2 000, le BIC est nettement plus sévère : il choisira presque toujours un modèle plus petit.

Deux objectifs distincts, pas deux qualités inégales

- **BIC** : *consistant*. Si le vrai modèle est un ARMA d'ordres finis, la probabilité que le BIC le retienne tend vers 1 quand $T \rightarrow \infty$.
- **AIC** : *efficace*. Il minimise l'erreur de prévision quand le vrai processus est plus riche qu'un ARMA fini — c'est-à-dire, en pratique, toujours.
- **HQ** : intermédiaire, consistant lui aussi, mais moins sévère que le BIC.

Le débat n'a pas de vainqueur

Ils répondent à deux questions différentes. Si le but est de **retrouver un mécanisme**, le BIC. Si le but est de **prévoir**, l'AIC. En finance, où aucun ARMA n'est le vrai modèle, l'argument penche vers l'AIC — mais son penchant pour les gros modèles reste un défaut.

Trois attitudes défendables

1. Retenir le modèle du **BIC** : plus parcimonieux, plus robuste hors échantillon.
2. Estimer **les deux** et comparer leurs prévisions sur une période réservée.
3. Trancher par la **validation** : si le modèle du BIC laisse des résidus autocorrélés, il est trop petit.

La procédure en pratique

Balayer une grille

La méthode

1. Fixer des ordres maximaux, par exemple $p \leq 4$ et $q \leq 4$.
2. Estimer les 25 modèles.
3. Reporter les critères dans une table à double entrée.
4. Retenir le minimum, et vérifier qu'il est net.

Une table typique (BIC)

$p \backslash q$	0	1	2
0	5 412	5 389	5 391
1	5 386	5 390	5 397
2	5 391	5 396	5 404

Minimum en $(1, 0)$: AR(1). L'écart avec ses voisins est faible — signe qu'aucun modèle ne s'impose vraiment.

À ne pas négliger

- **Même échantillon.** Comparer un AR(1) estimé sur $T - 1$ points et un AR(4) estimé sur $T - 4$ est une erreur : il faut fixer le début de l'échantillon.
- **Même méthode d'estimation.** Vraisemblance exacte et conditionnelle ne donnent pas les mêmes $\ln \hat{L}$.
- **Les valeurs absolues n'ont pas de sens.** Seuls les écarts entre modèles comptent; un écart inférieur à 2 est négligeable.

Le critère ne remplace pas le jugement

Une hiérarchie de décision

Le critère d'information départage des modèles **également valides**. Un modèle dont les résidus sont autocorrélés est rejeté, quel que soit son AIC. La validation prime sur le critère.

Synthèse

L'essentiel du chapitre 13

- Critère = $-2 \ln \hat{L} + \kappa(T) k$; on **minimise**.
- AIC : $\kappa = 2$. BIC : $\kappa = \ln T$. HQ : $\kappa = 2 \ln \ln T$.
- BIC et HQ sont consistants; l'AIC est efficace pour la prévision.
- Sur grands échantillons financiers, le BIC choisit des modèles nettement plus petits.
- Comparer sur le même échantillon et la même méthode d'estimation; seuls les écarts comptent.
- La validation prime : un critère bas ne sauve pas un modèle mal spécifié.

Vers le chapitre 14

Ces critères supposent une vraisemblance déjà maximisée. Il faut donc dire comment on estime les coefficients — et pourquoi les moindres carrés, qui suffisent pour un AR, échouent dès qu'il y a une partie MA.