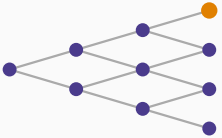
Modèles d'évaluation et de risque

Chapitre 1 : Les mesures du risque financier



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 29 août 2026

Plan du chapitre

Prérequis

Avant de commencer

Le cadre moyenne-variance

La Value-at-Risk

Une mesure cohérente

L'expected shortfall

Synthèse

Prérequis

Ce que ce cours suppose acquis

Le cours qui précède

Marchés et produits financiers, dont ce cours évalue les instruments décrits.

Les notions mobilisées

Les instruments — obligation, contrat à terme, option — et leurs profils de gain. L'actualisation et la courbe des taux. La loi lognormale.

Ce que le cours établit lui-même

Ce que ce cours ajoute

Le passage de la **description** à l'**évaluation** : combien vaut un instrument, et de combien sa valeur bouge quand un facteur de marché bouge.

C'est la charnière de la filière : sans un modèle d'évaluation, aucune mesure de risque n'est possible.

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

Ce quatrième cours porte sur les **modèles** : comment chiffrer un risque et évaluer un instrument. Il s'ouvre sur la question la plus fondamentale — qu'est-ce qu'une bonne mesure de risque ? On y examine le cadre moyenne-variance et ses limites, la **VaR** et ses défauts, l'**expected shortfall** qui les corrige, et les quatre propriétés qui définissent une mesure **cohérente**.

Le cadre moyenne-variance

Principe et limites

Le cadre moyenne-variance

L'investisseur ne juge un portefeuille que sur son **rendement espéré** et sa **variance**. La frontière efficiente en découle : l'ensemble des portefeuilles offrant le rendement maximal pour chaque niveau de variance. C'est le cadre du chapitre 5 du premier cours.

Sous quelles conditions il est valide

Se limiter à deux moments n'est légitime que si les rendements sont **normaux** — auquel cas ces deux moments décrivent tout — ou si l'utilité de l'investisseur est **quadratique**. Aucune de ces deux hypothèses n'est réaliste, ce qui fonde toute la suite du chapitre.

Comment les rendements s'écartent de la normale

Les rendements d'actifs risqués présentent une **asymétrie négative** — les baisses extrêmes sont plus violentes que les hausses — et un **kurtosis** nettement supérieur à 3. La variance, symétrique par construction, traite une hausse de 10 % comme une baisse de 10 % : elle ne peut donc pas capturer ce qui inquiète réellement un gestionnaire de risques.

La Value-at-Risk

Définition

La VaR

La **VaR** au seuil de confiance α et à l'horizon h est la perte qui ne sera dépassée qu'avec une probabilité $1 - \alpha$. C'est un **quantile** de la distribution des pertes — l'application directe de la fonction quantile du chapitre 2 du cours d'analyse quantitative.

Ses trois paramètres

Une VaR n'a aucun sens sans son **horizon** et son **seuil de confiance** : une VaR à 1 jour à 95 % et une VaR à 10 jours à 99 % ne sont pas comparables. S'y ajoute la **devise** ou l'unité de mesure.

Son succès

La VaR ramène un portefeuille complexe à un **chiffre unique**, exprimé en unités monétaires, compréhensible par un dirigeant non spécialiste. C'est ce pouvoir de synthèse et de communication qui explique son adoption universelle — bien plus que ses qualités statistiques.

Ses défauts

Elle ignore la queue

La VaR indique un seuil, **pas ce qu'il y a au-delà**. Deux portefeuilles de même VaR peuvent avoir des pertes moyennes en cas de dépassement radicalement différentes. Elle est aveugle à l'ampleur des scénarios les plus graves — précisément ceux qui font faillir une institution.

Une incitation perverse

Un gérant évalué sur la VaR peut la réduire en déplaçant le risque **au-delà** du seuil : vendre des options très en dehors de la monnaie n'augmente pas la VaR à 99 % tout en créant une perte potentielle massive. La mesure devient alors manipulable — c'est exactement le profil du fonds Niederhoffer.

Une mesure cohérente

Monotonie et invariance par translation

La **monotonie** : si un portefeuille produit toujours des résultats au moins aussi bons qu'un autre, son risque n'est pas supérieur. L'**invariance par translation** : ajouter un montant certain c au portefeuille réduit le risque d'exactement c — détenir davantage de liquidités diminue le besoin de capital d'autant.

Homogénéité positive et sous-additivité

L'**homogénéité positive** : doubler toutes les positions double le risque. La **sous-additivité** :

$$\rho(A + B) \leq \rho(A) + \rho(B).$$

Regrouper deux portefeuilles ne peut pas créer du risque — la diversification ne peut pas nuire.

Les quatre propriétés (suite)

Le défaut décisif de la VaR

La VaR **n'est pas sous-additive** en général. Elle l'est sous hypothèse de normalité, mais peut ne pas l'être en présence de queues épaisses ou de non-linéarités. Concrètement, la VaR d'un portefeuille consolidé peut dépasser la somme des VaR de ses composantes, ce qui suggère absurdement que la diversification augmente le risque. C'est ce qui disqualifie la VaR comme mesure cohérente.

Une conséquence pratique

Si la VaR n'est pas sous-additive, une banque aurait intérêt à **scinder** ses activités en entités séparées pour afficher un capital réglementaire total inférieur. Une mesure de risque qui récompense la fragmentation va à l'encontre de son objectif prudentiel.

L’expected shortfall

L'expected shortfall

L'**expected shortfall** (ES), ou perte moyenne en cas de dépassement, est l'espérance de la perte **conditionnellement** au fait qu'elle excède la VaR :

$$\mathrm{ES}_\alpha = E[L \mid L > \mathrm{VaR}_\alpha].$$

Elle est cohérente

L'ES satisfait les **quatre** propriétés, y compris la sous-additivité, et cela sans hypothèse sur la distribution. C'est la raison théorique de sa supériorité sur la VaR.

Définition et propriétés (suite)

Ce qu'elle apporte concrètement

Elle regarde **dans** la queue au lieu de s'arrêter à son seuil. Elle ne peut donc pas être réduite en déplaçant le risque au-delà du seuil, ce qui supprime l'incitation perverse de la VaR. Elle est nécessairement **supérieure ou égale** à la VaR de même seuil.

Ses difficultés

L'ES est plus difficile à **estimer** : elle dépend de la partie la moins bien documentée de la distribution, celle où les observations sont rares. Elle est aussi plus délicate à **valider a posteriori**, un dépassement de VaR se comptant simplement alors que tester une moyenne conditionnelle exige davantage de données.

Définition et propriétés (suite 2)

Le choix des régulateurs

Le Comité de Bâle a fait évoluer les exigences de marché de la VaR à 99 % vers l'**expected shortfall à 97,5 %**. Le changement de seuil n'est pas anodin : il maintient un niveau de sévérité comparable tout en bénéficiant de la cohérence et de la sensibilité à la queue.

Synthèse

Ce qu'il faut retenir

Synthèse du chapitre

Le cadre **moyenne-variance** ne se justifie que sous normalité ou utilité quadratique — deux hypothèses démenties par l'**asymétrie négative** et les **queues épaisses** des rendements réels. La **VaR**, quantile de la distribution des pertes, doit toujours être assortie de son horizon et de son seuil ; elle doit son succès à sa lisibilité, mais elle **ignore ce qui se passe au-delà du seuil** et devient manipulable. Une mesure **cohérente** vérifie quatre propriétés — monotonie, invariance par translation, homogénéité positive, **sous-additivité** — et c'est cette dernière que la VaR viole en général, suggérant absurdement que la diversification augmente le risque. L'**expected shortfall**, espérance de la perte conditionnelle au dépassement, satisfait les quatre propriétés et regarde dans la queue ; plus difficile à estimer et à valider, elle est devenue la référence prudentielle sur le risque de marché.