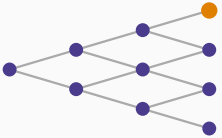
Modèles d'évaluation et de risque

Chapitre 13 : Les déformations non parallèles de la courbe



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 29 août 2026

Plan du chapitre

Avant de commencer

Composantes principales

Les sensibilités partielles

Du 01 à la VaR

Synthèse

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre

Pourquoi ce chapitre ?

Le chapitre précédent ne couvrait qu'un mouvement : le déplacement parallèle. Or les taux courts et les taux longs bougent souvent en sens contraire. Ce chapitre décompose le DV01 en plusieurs **sensibilités partielles** — par taux directeur, par tranche, par taux à terme — et montre comment l'**analyse en composantes principales** identifie les vrais moteurs de la courbe, puis en déduit une VaR.

Composantes principales

Facteurs, saturations, scores

La méthode

L'**analyse en composantes principales** appliquée aux variations quotidiennes des taux produit des **facteurs** possédant trois propriétés : toute variation observée en est une combinaison linéaire, les facteurs sont **non corrélés**, et les deux ou trois premiers expliquent l'essentiel des mouvements.

Deux objets à distinguer

La **saturation** est le nombre de points de base dont bouge un taux donné lorsque le facteur varie d'une unité : c'est une caractéristique du facteur, fixe. Le **score** est le nombre d'unités du facteur présentes dans une variation quotidienne donnée : il change chaque jour.

L'importance d'un facteur

Elle se mesure par l'**écart-type de ses scores**. Les variances des scores s'additionnent pour reconstituer la variance totale des mouvements de taux, d'où une part de variance expliquée par facteur.

Les trois premiers facteurs

Ce que donnent les taux du Trésor américain

Sur les taux de 1 à 30 ans entre 2008 et 2019, le premier facteur explique **85 %** de la variance, les deux premiers **93 %**, les trois premiers **97,6 %**. Trois nombres suffisent donc à décrire presque tout le comportement de la courbe.

Niveau, pente, courbure

Le **premier facteur** déplace tous les taux dans le même sens, d'un montant proche mais non identique : c'est le **niveau**. Le **deuxième** fait bouger les taux courts et les taux longs en sens contraire : c'est la **pente**, l'aplatissement ou la pentification du chapitre 10. Le **troisième** oppose les maturités extrêmes aux maturités intermédiaires : c'est la **courbure**.

Les trois premiers facteurs (suite)

Le verdict sur le chapitre précédent

Le déplacement parallèle du chapitre 12 n'est qu'une **approximation du seul premier facteur** — soit 85 % des mouvements. Se couvrir sur cette base laisse donc subsister une exposition non négligeable, et c'est exactement ce que ce chapitre corrige.

Le lien avec le cours d'analyse quantitative

Cette décomposition est celle du chapitre 14 du cours précédent, appliquée à une matrice de variations de taux. Le fait que les trois premières composantes s'interprètent comme niveau, pente et courbure est l'un des résultats empiriques les plus robustes de la finance de taux.

Les sensibilités partielles

Le déplacement par taux directeur

Plutôt que de déplacer tous les taux, on n'en déplace **qu'un** — le taux à deux ans, par exemple — et l'on interpole linéairement de part et d'autre pour revenir à zéro sur les maturités voisines. Chaque taux ainsi retenu est un **taux directeur**.

Le KR01

Le **KR01** est la baisse de valeur du portefeuille pour une hausse d'un point de base d'un taux directeur. La propriété fondamentale est additive :

$$\mathrm{DV01} = \mathrm{KR01}_1 + \mathrm{KR01}_2 + \mathrm{KR01}_3.$$

Les déplacements partiels se recomposent exactement en déplacement parallèle.

Ce que la couverture gagne

Neutraliser chaque KR01 séparément protège non seulement contre chacun des mouvements élémentaires, mais aussi contre **toute combinaison** de ces mouvements — donc contre un ensemble bien plus vaste de déformations qu'un simple déplacement parallèle.

Taux comptant ou taux au pair

Deux définitions possibles

Les déplacements peuvent porter sur les **taux zéro-coupon** ou sur les **taux au pair**. La seconde option a un avantage pratique décisif : les instruments de couverture sont précisément des obligations cotant au voisinage du pair, dont le DV01 est directement observable.

Sur le marché des swaps

Un opérateur de swaps mesure son exposition aux **taux de swap**, ce qui est l'analogue exact des taux au pair du marché obligataire. L'actualisation par les taux OIS introduit toutefois une seconde courbe, qui complique sensiblement les calculs de couverture.

Le découpage en tranches

Variante du procédé : on découpe la courbe en **tranches** de maturités et l'on déplace d'un point de base **tous** les taux d'une tranche à la fois. Les sensibilités obtenues s'additionnent encore pour reconstituer le DV01.

La gestion actif-passif bancaire

C'est l'approche courante des banques, avec bien plus de trois tranches. La banque est correctement couverte si, **pour chaque tranche**, la baisse de valeur des actifs — essentiellement des prêts à taux fixe — égale celle des passifs — essentiellement des dépôts à terme.

Le 01 par tranche de taux à terme

On déplace d'un point de base tous les **taux à terme** d'une tranche donnée. Comme un swap est un portefeuille de contrats de garantie de taux dont chacun dépend d'un taux à terme précis, c'est la mesure naturelle pour un opérateur de swaps ou d'options sur swaps.

Pourquoi les premières tranches pèsent plus

Les taux à terme les plus proches interviennent dans l'actualisation de **tous** les flux ultérieurs, alors que les taux à terme lointains n'affectent que les derniers. Les 01 des premières tranches sont donc systématiquement plus élevés que ceux des dernières.

Du 01 à la VaR

Convertir en duration

La règle de conversion

$$\text{Mesure de duration} = \frac{10\,000 \times \text{mesure de 01}}{\text{valeur du portefeuille}}$$

Elle s'applique indifféremment aux KR01 en taux comptant, en taux au pair, aux 01 par tranche et aux 01 par tranche de taux à terme. Chaque duration partielle correspond à une déformation élémentaire, et leur somme redonne la duration totale.

Le calcul par les facteurs

Les facteurs de l'analyse en composantes principales étant **non corrélés**, l'écart-type de la variation quotidienne du portefeuille se calcule directement :

$$\sigma_P = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2 f_i^2}$$

où σ_i est l'écart-type du score du facteur i et f_i la variation du portefeuille pour une unité de ce facteur. Aucune matrice de corrélation n'est nécessaire.

Une VaR de portefeuille

Un portefeuille varie de $+20$, $+35$ et $+10$ pour une unité de chacun des trois premiers facteurs, dont les écarts-types sont 13,58, 4,66 et 2,32. On obtient $\sigma_P \approx 317{,}5$ par jour. La VaR à dix jours et 99 % vaut alors $\sqrt{10} \times 2{,}326 \times 317{,}5 \approx 2\,336$.

Estimer le risque (suite)

Pourquoi cette voie est la plus simple

Passer par les KR01 obligerait à estimer et inverser une matrice de covariance entre taux fortement corrélés. Les facteurs, eux, sont orthogonaux par construction : la variance se somme terme à terme. C'est le principal avantage pratique de l'analyse en composantes principales.

Une exigence réglementaire

Les superviseurs bancaires imposent l'emploi de l'un de ces modèles multifactoriels pour le calcul du risque de taux. La couverture fondée sur le seul déplacement parallèle n'est plus jugée suffisante.

Synthèse

Ce qu'il faut retenir

Synthèse du chapitre

L'**analyse en composantes principales** montre que trois facteurs — **niveau**, **pente**, **courbure** — expliquent près de 98 % des mouvements de la courbe, le premier à lui seul en expliquant 85 %. Le déplacement parallèle du chapitre 12 n'approxime donc que ce premier facteur. Le DV01 se décompose en sensibilités partielles qui s'**additionnent** : **KR01** par taux directeur, 01 par **tranche** de maturités, 01 par tranche de **taux à terme** ; définir les déplacements sur les **taux au pair** facilite la couverture, puisque les instruments disponibles cotent près du pair. Chaque mesure de 01 se convertit en duration en la multipliant par $10\,000$ et en divisant par la valeur du portefeuille. Enfin, les facteurs étant **non corrélés**, l'écart-type du portefeuille — donc sa VaR et son manque à gagner attendu — se calcule sans matrice de covariance, par simple somme de variances.