Université Abdelmalek Essaâdi

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger

SÉRIE D'EXERCICES CORRIGÉS

SÉRIE 1

Généralités sur les matrices et initiation à MATLAB

Types de matrices, opérations de base et produit scalaire

OBJECTIF

Reconnaître les différents types de matrices, effectuer les opérations de base et le produit scalaire en vérifiant toujours les tailles, puis construire et manipuler des matrices avec MATLAB.

16 exercices progressifs | Corrigés détaillés pas à pas | Initiation à MATLAB

AU SOMMAIRE

Partie 1 **Énoncés** rappels du cours, mémo MATLAB et 16 exercices

Partie 2 **Corrigés détaillés** types, opérations, produit scalaire et MATLAB

Bilan **Ce qu'il faut retenir** et récapitulatif des exercices

Partie 3 **MATLAB** quand les calculs se compliquent

MODULE	PROFESSEUR	ANNÉE UNIVERSITAIRE
Mathématiques pour la gestion	**Jaouad Madkour**	**2026–2027**

Partie 1 : Énoncés

▶ Rappels du cours

Le fil conducteur de ce cours tient en une phrase : traduire un problème de gestion en système linéaire, le résoudre, puis interpréter la solution. L'outil qui permet d'y parvenir est la matrice. Cette première série pose le vocabulaire des matrices et les opérations de base, utilisés dans toutes les séries suivantes. Elle initie aussi à MATLAB, le logiciel qui prend le relais dès que les matrices deviennent grandes.

Matrice, taille et éléments

Une **matrice** $A = [a_{ij}]_{n\times m}$ est un tableau de nombres à n lignes et m colonnes ; on dit qu'elle est de **taille** $n \times m$. L'élément a_{ij} se trouve à la **ligne** i et à la **colonne** j :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 4 \\ 8 & 4 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{taille } 2\times 3, \qquad a_{12} = 5, \qquad a_{23} = 3.$$

La **transposée** $A^\top$ s'obtient en écrivant les lignes de A en colonnes ; elle est de taille $m \times n$.

Les principaux types de matrices

Type	Définition	Exemple
Vecteur ligne / colonne	une seule ligne / une seule colonne	$\begin{pmatrix}1&5&2\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$
Rectangulaire	$n \neq m$	$\begin{pmatrix}3&9\\6&5\\4&1\end{pmatrix}$
Carrée d'ordre n	n lignes et n colonnes	$\begin{pmatrix}2&5\\0&4\end{pmatrix}$
Nulle $O_{n\times m}$	tous les coefficients sont nuls	$\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$
Diagonale	carrée, coefficients hors diagonale nuls	$\begin{pmatrix}1&0\\0&5\end{pmatrix}$
Identité I_n	diagonale, avec des 1 sur la diagonale	$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$
Scalaire	diagonale, même nombre sur toute la diagonale	$\begin{pmatrix}4&0\\0&4\end{pmatrix}$
Triangulaire supérieure	carrée, zéros au-dessous de la diagonale	$\begin{pmatrix}3&9\\0&5\end{pmatrix}$
Triangulaire inférieure	carrée, zéros au-dessus de la diagonale	$\begin{pmatrix}1&0\\7&5\end{pmatrix}$
Symétrique	carrée, égale à sa transposée : $a_{ij} = a_{ji}$	$\begin{pmatrix}1&4\\4&3\end{pmatrix}$

Opérations de base et produit scalaire

— **Addition, soustraction** : seulement entre deux matrices **de même taille** ; on additionne (ou on soustrait) les coefficients qui occupent la même place. $A - B = A + (-B)$, où $-B$ est l'opposée de B.

— **Multiplication par un scalaire** : αA s'obtient en multipliant **chaque** coefficient de A par le nombre α.

— **Produit scalaire** de deux vecteurs **de même taille** : on multiplie les nombres qui occupent la même place, puis on additionne. Le résultat est un **nombre** :

$$(2,5,3) \cdot (4,1,6) = 2 \times 4 + 5 \times 1 + 3 \times 6 = 31.$$

Réflexe : avant toute opération, on vérifie les tailles.

Mémo MATLAB

`A = [1 2 3; 4 5 6]`	saisie : espaces entre colonnes, `;` entre lignes
`size(A)`, `length(x)`	taille d'une matrice, nombre d'éléments d'un vecteur
`A + B`, `A - B`, `3*A`, `A'`	addition, soustraction, scalaire, transposée
`dot(u, v)`	produit scalaire de deux vecteurs
`zeros(n,m)`, `ones(n,m)`, `eye(n)`	matrice nulle, matrice de 1, identité
`diag([3 1 4])`, `1:2:49`	matrice diagonale, suite de nombres (début, pas, fin)
`rand(n,m)`, `randi(k,n,m)`	matrices de nombres au hasard
`A(i,j)`, `A(i,:)`, `A(:,j)`	un élément, une ligne entière, une colonne entière
`[A B]`, `[A; B]`	assemblage côte à côte, l'une sous l'autre
`;` en fin de ligne, `%`	masque l'affichage ; commentaire

Consigne commune

Pour chaque exercice, justifier chaque réponse. Avant toute opération, vérifier que les tailles des matrices le permettent ; lorsqu'une opération est impossible, le dire sans effectuer de calcul. Pour les exercices de la partie C, écrire le script MATLAB et lire les résultats affichés.

▶ Les exercices

Partie A : types de matrices et vocabulaire

Exercice 1 : Taille d'une matrice et repérage des éléments

Soient les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 5 & 3 & 7 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 9 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & 6 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & 9 \\ 2 & 6 & 5 \end{pmatrix}$$

1) Donner la taille de chaque matrice et son nombre d'éléments.
2) Donner a_{12}, a_{23}, b_{31}, c_{14}, d_{22} et d_{31}.

corrigé p. 9 →

Exercice 2 : Reconnaître le type d'une matrice

Donner le type de chacune des matrices suivantes, en justifiant la réponse.

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \qquad M_2 = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \qquad M_3 = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 & 8 \end{pmatrix} \qquad M_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$M_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad M_6 = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix} \qquad M_7 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad M_8 = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$M_9 = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 \\ 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \qquad M_{10} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 6 \end{pmatrix} \qquad M_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 4 & 3 & 5 \\ -2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

corrigé p. 10 →

Exercice 3 : Construire une matrice à partir d'une règle, transposée

1) Écrire la matrice $A = [a_{ij}]$ de taille 3×3 telle que $a_{ij} = i + 2j$, puis sa transposée $A^\top$. La matrice A est-elle symétrique ?
2) Même question pour $B = [b_{ij}]$ de taille 3×3, avec $b_{ij} = i + j$.
3) Écrire $C = [c_{ij}]$ de taille 2×3, avec $c_{ij} = i - j$, puis $C^\top$. Quelle est la taille de $C^\top$?corrigé p. 11 →

Exercice 4 : Des données de gestion sous forme de matrice

Le réseau **Nord Distribution** vend trois produits (P1, P2, P3) dans quatre agences. Les ventes du mois, en unités, sont les suivantes : Tanger : 120 P1, 80 P2, 45 P3 ; Tétouan : 95 P1, 60 P2, 30 P3 ; Larache : 70 P1, 55 P2, 25 P3 ; Al Hoceïma : 50 P1, 40 P2, 20 P3.
1) Ranger ces données dans une matrice V (une ligne par agence, une colonne par produit). Quelle est sa taille ?
2) Que représentent v_{23} et v_{41} ?
3) Écrire $V^\top$. Que représentent ses lignes ?

corrigé p. 12 →

Partie B : opérations de base et produit scalaire

Exercice 5 : Addition de matrices

Soient

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & -1 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 2 & 7 & -4 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

Calculer, lorsque c'est possible, $A + B$, $B + A$ et $A + C$.

corrigé p. 13 →

Exercice 6 : Soustraction de matrices

Soient

$$D = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 4 \\ 3 & 6 & -1 \\ 0 & 5 & 8 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 5 & 6 & 2 \\ -2 & 3 & 8 \end{pmatrix} \qquad u = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \qquad v = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

1) Calculer $D - E$ et $E - D$. Que remarque-t-on ?
2) Peut-on calculer $u - v$?

corrigé p. 14 →

Exercice 7 : Multiplication par un scalaire

Soient

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 0 & 3 & -5 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$$

Calculer $3A$, $-2B$, $\frac{1}{2}C$ et $-A$.

corrigé p. 15 →

Exercice 8 : Combinaisons d'opérations

Soient

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$$

$$P = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

1) Calculer $2A - 3B + C$.
2) Calculer $P + 2Q^\top$. Peut-on calculer $P + 2Q$?

corrigé p. 16 →

Exercice 9 : Produit scalaire de deux vecteurs

Soient les vecteurs $u = (2, -1, 3)$, $v = (4, 5, -2)$ et $w = (1, 0, 2, 5)$.
1) Calculer $u \cdot v$ et $v \cdot u$.
2) Peut-on calculer $u \cdot w$?

corrigé p. 16 →

Exercice 10 : Produit scalaire dans $\mathbb{R}^4$, vecteurs orthogonaux

Soient $x = (1, 2, -1, 3)$, $y = (2, 1, 4, 0)$ et $z = (3, 0, 1, -2)$.
1) Calculer $x \cdot y$, $x \cdot z$ et $y \cdot z$.
2) Deux vecteurs sont dits **orthogonaux** lorsque leur produit scalaire est nul. Lesquels de ces vecteurs sont orthogonaux ?

corrigé p. 17 →

Exercice 11 : Application : stocks, hausse de prix et chiffre d'affaires

Le magasin **Bureau Plus** (Tanger) vend quatre articles : des cahiers, des classeurs, des agendas et des calculatrices. Pour le mois de novembre, on dispose des vecteurs suivants (dans cet ordre) :

— stock au début du mois : $S = (120, 80, 60, 40)$;

— entrées (livraisons) : $E = (50, 30, 20, 10)$;

— ventes : $Q = (90, 70, 45, 30)$;

— prix unitaires de vente, en MAD : $P = (25, 40, 60, 100)$.

1) Calculer le stock à la fin du mois, $S + E - Q$.
2) Le magasin augmente tous ses prix de 10 %. Calculer le nouveau vecteur des prix.
3) Calculer le chiffre d'affaires de novembre, $Q \cdot P$, puis celui qu'aurait donné la même quantité vendue aux nouveaux prix.

corrigé p. 18 →

Partie C : construire et manipuler des matrices avec MATLAB

Exercice 12 : Saisir des matrices et effectuer les opérations de base

Avec MATLAB :

1) Saisir les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, ainsi que les vecteurs $u = (2, -1, 3)$ et $v = (4, 5, -2)$.

2) Afficher la taille de A, puis calculer $A + B$, $A - B$, $3A$ et $A^\top$.

3) Calculer le produit scalaire $u \cdot v$, et le comparer au résultat de l'exercice 9. corrigé p. 18 →

Exercice 13 : Créer rapidement de grandes matrices

Avec MATLAB, sans saisir les coefficients un par un :

1) créer la matrice nulle de taille 10×15, la matrice 8×8 remplie de 1, et la matrice identité I_{12} ; vérifier leur taille ;

2) créer la matrice diagonale $\mathrm{diag}(3, 1, 4)$;

3) créer le vecteur des nombres impairs de 1 à 49, et donner son nombre d'éléments ;

4) créer une matrice 50×12 de nombres entiers au hasard entre 1 et 100. corrigé p. 20 →

Exercice 14 : Extraire et modifier des éléments d'une grande matrice

Avec MATLAB, on crée la matrice G de taille 6×10 qui contient les nombres de 1 à 60, rangés colonne par colonne : `G = reshape(1:60, 6, 10)`.

1) Extraire l'élément g_{23}, la ligne 3, la colonne 4, et la sous-matrice formée des lignes 2 à 5 et des colonnes 3 à 6.

2) Remplacer par des zéros le bloc formé des lignes 1 et 2 et des colonnes 1 et 2, puis afficher les trois premières colonnes de G. corrigé p. 21 →

Exercice 15 : Assembler des matrices et vérifier des propriétés

Avec MATLAB, on considère $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

1) Former $[A\ B]$ (côte à côte) et $[A; B]$ (l'une sous l'autre), et donner leur taille.

2) Peut-on former $[A\ C]$? Et $[A; C]$?

3) Calculer $S = A + A^\top$ et vérifier automatiquement que S est symétrique. corrigé p. 22 →

Exercice 16 : Mini-cas : les ventes de 50 produits sur 12 mois

Une entreprise commercialise 50 produits. On simule avec MATLAB ses ventes mensuelles sur un an et ses prix unitaires :

— `Q = 100 + mod((1:50)' * (1:12) * 7, 41);` est la matrice 50×12 des quantités vendues (ligne i : produit i ; colonne t : mois t) ;

— `P = 10 * (2 + mod((1:50)', 5));` est le vecteur colonne des 50 prix unitaires, en MAD.

1) Vérifier les tailles de `Q` et `P`, et lire les ventes du produit 3 en mars.
2) Calculer la matrice des variations mensuelles des ventes (mois t moins mois $t-1$) et donner sa taille.
3) L'entreprise accorde une remise globale de 10 % sur tous ses prix : calculer le nouveau vecteur des prix.
4) Calculer le chiffre d'affaires de chaque mois (produit scalaire de la colonne des quantités du mois par le vecteur des prix), puis le chiffre d'affaires annuel, avant et après la remise.

corrigé p. 23 →

Partie 2 : Corrigés détaillés

Corrigé de l'exercice 1 — Partie A

La **taille** d'une matrice s'écrit « nombre de lignes $\times$ nombre de colonnes ». Le nombre d'éléments est le produit de ces deux nombres.

1) Tailles et nombres d'éléments

Matrice	Lignes	Colonnes	Taille	Éléments	Remarque
A	2 lignes	3 colonnes	2×3	$2 \times 3 = 6$	matrice rectangulaire
B	3 lignes	1 colonne	3×1	$3 \times 1 = 3$	vecteur colonne
C	1 ligne	4 colonnes	1×4	$1 \times 4 = 4$	vecteur ligne
D	3 lignes	3 colonnes	3×3	$3 \times 3 = 9$	matrice carrée d'ordre 3

2) Repérage des éléments

L'élément a_{ij} se trouve à l'intersection de la **ligne** i et de la **colonne** j : le premier indice est toujours celui de la ligne, le second celui de la colonne.

$$a_{12} = -1 \quad \text{(ligne 1, colonne 2 de } A\text{)}$$
$$a_{23} = 7 \quad \text{(ligne 2, colonne 3 de } A\text{)}$$
$$b_{31} = 9 \quad \text{(ligne 3, colonne 1 de } B\text{)}$$
$$c_{14} = 6 \quad \text{(ligne 1, colonne 4 de } C\text{)}$$
$$d_{22} = 5 \quad \text{(ligne 2, colonne 2 de } D\text{)}$$
$$d_{31} = 2 \quad \text{(ligne 3, colonne 1 de } D\text{)}$$

Remarque

Attention à l'ordre des indices : $d_{31} = 2$ (ligne 3, colonne 1), alors que $d_{13} = 4$ (ligne 1, colonne 3). Ce ne sont pas les mêmes éléments.

Corrigé de l'exercice 2 — Partie A

Pour chaque matrice, on regarde d'abord sa **taille** (carrée ou non, une seule ligne ou une seule colonne), puis la **place des zéros**.

Matrice	Type	Justification
M_1	matrice rectangulaire	2 lignes et 3 colonnes : $2 \neq 3$
M_2	matrice carrée d'ordre 2	autant de lignes que de colonnes
M_3	vecteur ligne	une seule ligne
M_4	vecteur colonne	une seule colonne
M_5	matrice nulle $O_{2\times 3}$	tous les coefficients sont nuls
M_6	matrice diagonale $\mathrm{diag}(2,-1,5)$	carrée, coefficients hors diagonale tous nuls
M_7	matrice identité I_3	diagonale, avec des 1 sur la diagonale
M_8	matrice scalaire $\mathrm{diag}(4,4,4)$	diagonale, avec le même nombre sur toute la diagonale
M_9	triangulaire supérieure	tous les coefficients situés au-dessous de la diagonale sont nuls
M_{10}	triangulaire inférieure	tous les coefficients situés au-dessus de la diagonale sont nuls
M_{11}	matrice symétrique	$m_{ij} = m_{ji}$: elle est égale à sa transposée

Remarque

Une même matrice peut avoir plusieurs types. Par exemple, I_3 est à la fois une matrice carrée, diagonale, scalaire, triangulaire supérieure, triangulaire inférieure et symétrique. Il ne faut pas non plus confondre la matrice identité avec une matrice dont tous les coefficients valent 1.

Corrigé de l'exercice 3 — Partie A

Pour construire la matrice, on remplace i par le numéro de la ligne et j par le numéro de la colonne. La **transposée** $A^\top$ s'obtient en écrivant les lignes de A en colonnes : le coefficient situé à la ligne i et à la colonne j de $A^\top$ est a_{ji}.

1) La matrice A, avec $a_{ij} = i + 2j$

$$A = \begin{pmatrix} 1+2\times 1 & 1+2\times 2 & 1+2\times 3 \\ 2+2\times 1 & 2+2\times 2 & 2+2\times 3 \\ 3+2\times 1 & 3+2\times 2 & 3+2\times 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix} \qquad A^\top = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 5 & 6 & 7 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$A^\top \neq A$: par exemple $a_{12} = 5$ mais $a_{21} = 4$. La matrice A **n'est pas symétrique**.

2) La matrice B, avec $b_{ij} = i + j$

$$B = \begin{pmatrix} 1+1 & 1+2 & 1+3 \\ 2+1 & 2+2 & 2+3 \\ 3+1 & 3+2 & 3+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \qquad B^\top = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$B^\top = B$: la matrice B est **symétrique**. C'était prévisible : $i + j = j + i$, donc $b_{ij} = b_{ji}$ pour toutes les positions.

3) La matrice C, avec $c_{ij} = i - j$

$$C = \begin{pmatrix} 1-1 & 1-2 & 1-3 \\ 2-1 & 2-2 & 2-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad C^\top = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

C est de taille 2×3 : sa transposée $C^\top$ est de taille 3×2. Transposer échange le nombre de lignes et le nombre de colonnes.

Remarque

Seule une matrice **carrée** peut être symétrique : pour une matrice rectangulaire, A et $A^\top$ n'ont même pas la même taille.

Corrigé de l'exercice 4 — Partie A

1) La matrice des ventes

On range les agences en lignes (Tanger, Tétouan, Larache, Al Hoceïma) et les produits en colonnes (P1, P2, P3) :

$$V = \begin{matrix} \text{Tanger} \\ \text{Tétouan} \\ \text{Larache} \\ \text{Al Hoceïma} \end{matrix} \begin{pmatrix} 120 & 80 & 45 \\ 95 & 60 & 30 \\ 70 & 55 & 25 \\ 50 & 40 & 20 \end{pmatrix}$$

V a 4 lignes (les agences) et 3 colonnes (les produits) : elle est de taille 4×3.

2) Lecture des éléments

$v_{23} = 30$: ligne 2 (Tétouan), colonne 3 (P3) ; l'agence de Tétouan a vendu 30 unités du produit P3.

$v_{41} = 50$: ligne 4 (Al Hoceïma), colonne 1 (P1) ; l'agence d'Al Hoceïma a vendu 50 unités du produit P1.

3) La transposée

$$V^\top = \begin{matrix} \text{P1} \\ \text{P2} \\ \text{P3} \end{matrix} \begin{pmatrix} 120 & 95 & 70 & 50 \\ 80 & 60 & 55 & 40 \\ 45 & 30 & 25 & 20 \end{pmatrix}$$

$V^\top$ est de taille 3×4 : chaque **ligne** correspond maintenant à un **produit** et chaque colonne à une agence. C'est le même tableau, présenté dans l'autre sens.

Remarque

En gestion, une matrice n'est qu'un **tableau de données bien rangé** : il faut toujours préciser ce que représentent les lignes et les colonnes.

Corrigé de l'exercice 5 — Partie B

$A + B$

A est de taille 2×3 et B est de taille 2×3. Les deux matrices ont **la même taille** : l'addition est possible, et le résultat est encore de taille 2×3. On additionne les coefficients qui occupent la même place : le coefficient de la ligne i et de la colonne j du résultat est $a_{ij} + b_{ij}$.

$$A + B = \begin{pmatrix} 2+1 & 5+(-3) & -1+6 \\ 4+2 & 0+7 & 3+(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$B + A$

B est de taille 2×3 et A est de taille 2×3. Les deux matrices ont **la même taille** : l'addition est possible, et le résultat est encore de taille 2×3. On additionne les coefficients qui occupent la même place : le coefficient de la ligne i et de la colonne j du résultat est $a_{ij} + b_{ij}$.

$$B + A = \begin{pmatrix} 1+2 & -3+5 & 6+(-1) \\ 2+4 & 7+0 & -4+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

$A + C$

A est de taille 2×3 et C est de taille 3×2. Les deux matrices **n'ont pas la même taille** : l'addition est **impossible**. On ne peut additionner ou soustraire que des coefficients qui occupent la même place.

Remarque

On trouve $A + B = B + A$: l'addition de matrices, comme celle des nombres, ne dépend pas de l'ordre. En revanche, $A + C$ n'existe pas : avant toute addition, **on vérifie que les deux matrices ont la même taille**.

Corrigé de l'exercice 6 — Partie B

1) $D - E$ et $E - D$

D'après le cours, soustraire E, c'est ajouter son opposée : $D - E = D + (-E)$. En pratique, on soustrait les coefficients qui occupent la même place. D est de taille 3×3 et E est de taille 3×3. Les deux matrices ont **la même taille** : la soustraction est possible, et le résultat est encore de taille 3×3. On soustrait les coefficients qui occupent la même place : le coefficient de la ligne i et de la colonne j du résultat est $a_{ij} - b_{ij}$.

$$D - E = \begin{pmatrix} 7-4 & -2-1 & 4-(-3) \\ 3-5 & 6-6 & -1-2 \\ 0-(-2) & 5-3 & 8-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 7 \\ -2 & 0 & -3 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

E est de taille 3×3 et D est de taille 3×3. Les deux matrices ont **la même taille** : la soustraction est possible, et le résultat est encore de taille 3×3. On soustrait les coefficients qui occupent la même place : le coefficient de la ligne i et de la colonne j du résultat est $a_{ij} - b_{ij}$.

$$E - D = \begin{pmatrix} 4-7 & 1-(-2) & -3-4 \\ 5-3 & 6-6 & 2-(-1) \\ -2-0 & 3-5 & 8-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 & -7 \\ 2 & 0 & 3 \\ -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

On remarque que $E - D$ est l'**opposée** de $D - E$: tous les signes sont inversés, $E - D = -(D - E)$. Contrairement à l'addition, la soustraction dépend de l'ordre.

2) $u - v$

u est de taille 1×3 et v est de taille 3×1. Les deux matrices **n'ont pas la même taille** : la soustraction est **impossible**. On ne peut additionner ou soustraire que des coefficients qui occupent la même place.

Remarque

Les vecteurs u et v contiennent les mêmes nombres, mais u est un vecteur ligne (1×3) et v un vecteur colonne (3×1) : ce ne sont pas des matrices de même taille. On pourrait en revanche calculer $u - v^\top$.

Corrigé de l'exercice 7 — Partie B

Multiplier une matrice par un nombre (un **scalaire**), c'est multiplier **chacun** de ses coefficients par ce nombre. La taille ne change pas.

$3A$

$$3A = \begin{pmatrix} 3\times 2 & 3\times(-1) & 3\times 4 \\ 3\times 0 & 3\times 3 & 3\times(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -3 & 12 \\ 0 & 9 & -15 \end{pmatrix}$$

$-2B$

$$-2B = \begin{pmatrix} (-2)\times 1 & (-2)\times 6 \\ (-2)\times(-3) & (-2)\times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & -12 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$$

$\frac{1}{2}C$

$$\tfrac{1}{2}C = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\times 4 & \frac{1}{2}\times(-8) \\ \frac{1}{2}\times 10 & \frac{1}{2}\times 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$-A$, l'opposée de A

$-A$ est le produit de A par -1 : on change le signe de chaque coefficient.

$$-A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -4 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

Remarque

Multiplier par $\frac{1}{2}$, c'est diviser chaque coefficient par 2 : en gestion, c'est ce que l'on fait pour appliquer une même variation (hausse, baisse, conversion d'unités) à tout un tableau.

Corrigé de l'exercice 8 — Partie B

1) $2A - 3B + C$

Les trois matrices sont de taille 2×2 : le calcul est possible. On calcule d'abord $2A$ et $3B$, puis on combine les coefficients qui occupent la même place.

$$2A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -4 & 6 \end{pmatrix} \qquad 3B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 12 & 3 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 0 & -6 \end{pmatrix}$$

$$2A - 3B + C = \begin{pmatrix} 2-6+5 & 0-(-3)+2 \\ -4-12+0 & 6-3+(-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ -16 & -3 \end{pmatrix}$$

2) $P + 2Q^\top$

P est de taille 2×3 et Q de taille 3×2 : $P + 2Q$ est **impossible**. Mais $Q^\top$ est de taille 2×3, comme P :

$$Q^\top = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 5 \end{pmatrix} \qquad 2Q^\top = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 6 \\ 2 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

$$P + 2Q^\top = \begin{pmatrix} 1+4 & -2+(-2) & 3+6 \\ 0+2 & 4+0 & -1+10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 9 \\ 2 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

Remarque

Dans une combinaison, on vérifie la taille de **chaque** matrice avant de commencer, puis on calcule dans l'ordre : transposées, multiplications par des scalaires, et enfin additions et soustractions.

Corrigé de l'exercice 9 — Partie B

Le **produit scalaire** de deux vecteurs de même taille est un **nombre** : on multiplie les nombres qui occupent la même place, deux à deux, puis on additionne les produits obtenus.

1) $u \cdot v$ **et** $v \cdot u$

u et v contiennent chacun 3 nombres : le produit scalaire est possible. On multiplie les nombres qui occupent la même place, puis on additionne les résultats :

$$u \cdot v = 2 \times 4 + (-1) \times 5 + 3 \times (-2) = 8 - 5 - 6 \ = \ \mathbf{-3}$$

v et u contiennent chacun 3 nombres : le produit scalaire est possible. On multiplie les nombres qui occupent la même place, puis on additionne les résultats :

$$v \cdot u = 4 \times 2 + 5 \times (-1) + (-2) \times 3 = 8 - 5 - 6 \ = \ \mathbf{-3}$$

On trouve le même nombre : $u \cdot v = v \cdot u = -3$. Le produit scalaire ne dépend pas de l'ordre des deux vecteurs.

2) $u \cdot w$

u contient 3 nombres et w en contient 4 : les deux vecteurs **n'ont pas la même taille**, le produit scalaire $u \cdot w$ est **impossible**. Un nombre de l'un des vecteurs resterait sans partenaire.

Remarque

Le résultat d'un produit scalaire est un **nombre**, pas un vecteur. Il peut être positif, négatif ou nul.

Corrigé de l'exercice 10 — Partie B

1) Les trois produits scalaires

x et y contiennent chacun 4 nombres : le produit scalaire est possible. On multiplie les nombres qui occupent la même place, puis on additionne les résultats :

$$x \cdot y = 1 \times 2 + 2 \times 1 + (-1) \times 4 + 3 \times 0 = 2 + 2 - 4 + 0 \;=\; \mathbf{0}$$

x et z contiennent chacun 4 nombres : le produit scalaire est possible. On multiplie les nombres qui occupent la même place, puis on additionne les résultats :

$$x \cdot z = 1 \times 3 + 2 \times 0 + (-1) \times 1 + 3 \times (-2) = 3 + 0 - 1 - 6 \;=\; \mathbf{-4}$$

y et z contiennent chacun 4 nombres : le produit scalaire est possible. On multiplie les nombres qui occupent la même place, puis on additionne les résultats :

$$y \cdot z = 2 \times 3 + 1 \times 0 + 4 \times 1 + 0 \times (-2) = 6 + 0 + 4 + 0 \;=\; \mathbf{10}$$

2) Vecteurs orthogonaux

Seul $x \cdot y$ est nul : les vecteurs x et y sont **orthogonaux**. Les vecteurs x et z ne le sont pas ($x \cdot z = -4$), ni y et z ($y \cdot z = 10$).

Remarque

Un produit scalaire peut être nul sans qu'aucun des deux vecteurs ne soit nul : ici, les termes positifs et négatifs se compensent exactement.

Corrigé de l'exercice 11 — Partie B

1) Le stock à la fin du mois

Les trois vecteurs ont la même taille (4 articles) : on peut additionner et soustraire, article par article.

$$S + E - Q = (120 + 50 - 90, 80 + 30 - 70, 60 + 20 - 45, 40 + 10 - 30) = (80, 40,\ 35,\ 20)$$

À la fin du mois, il reste 80 cahiers, 40 classeurs, 35 agendas et 20 calculatrices.

2) Hausse de prix de 10 %

Augmenter un prix de 10 %, c'est le multiplier par $1 + \frac{10}{100} = 1{,}1$. On multiplie donc le vecteur P par le scalaire 1,1 :

$$1{,}1\,P = (1{,}1 \times 25, 1{,}1 \times 40, 1{,}1 \times 60, 1{,}1 \times 100) = (27{,}5, 44,\ 66,\ 110)$$

3) Le chiffre d'affaires

Le chiffre d'affaires est la somme, pour chaque article, de la quantité vendue multipliée par le prix : c'est exactement le produit scalaire de Q par P. Q et P contiennent chacun 4 nombres : le produit scalaire est possible. On multiplie les nombres qui occupent la même place, puis on additionne les résultats :

$$Q \cdot P = 90 \times 25 + 70 \times 40 + 45 \times 60 + 30 \times 100 = 2250 + 2800 + 2700 + 3000 \ = \ \mathbf{10\,750}$$

Aux nouveaux prix, pour les mêmes quantités :

$$Q \cdot (1{,}1\,P) = 90 \times 27{,}5 + 70 \times 44 + 45 \times 66 + 30 \times 110 = 2475 + 3080 + 2970 + 3300 \ = \ \mathbf{11\,825}$$

Le chiffre d'affaires de novembre est de 10 750 MAD. Avec la hausse de 10 %, il aurait été de 11 825 MAD, soit exactement $1{,}1 \times 10\,750$: multiplier tous les prix par 1,1 multiplie le chiffre d'affaires par 1,1.

Corrigé de l'exercice 12 — Partie C

Dans MATLAB, une matrice se saisit **entre crochets**, ligne par ligne : les éléments d'une même ligne sont séparés par des espaces (ou des virgules), et les lignes par des points-virgules. Un point-virgule à la fin d'une instruction empêche l'affichage du résultat.

Script MATLAB : saisie et opérations de base

```
% 1) Saisie : les espaces (ou les virgules) séparent les colonnes,
%    les points-virgules séparent les lignes
A = [1 2 3; 4 5 6]
B = [2 0 1; 1 3 2];          % le point-virgule final masque l'affichage
u = [2 -1 3];               % vecteur ligne
v = [4 5 -2];

% 2) Taille et opérations de base
size(A)                     % nombre de lignes, puis de colonnes
S = A + B                   % addition
D = A - B                   % soustraction
```

```
M = 3*A                    % multiplication par un scalaire
At = A'                    % transposée (apostrophe)

% 3) Produit scalaire
p = dot(u, v)
```

Résultat affiché par MATLAB

```
A =
     1     2     3
     4     5     6

ans =
     2     3

S =
     3     2     4
     5     8     8

D =
    -1     2     2
     3     2     4

M =
     3     6     9
    12    15    18

At =
     1     4
     2     5
     3     6

p = -3
```

On retrouve $u \cdot v = -3$, comme dans l'exercice 9. La commande `size(A)` renvoie `2 3` : 2 lignes et 3 colonnes.

Remarque

Pour MATLAB, `A'` est la transposée de A. Les opérations `+` et `-` exigent, comme à la main, deux matrices de même taille : sinon MATLAB affiche un message d'erreur.

Corrigé de l'exercice 13 — Partie C

À la main, écrire une matrice 10×15 demande de saisir 150 coefficients ; avec MATLAB, une seule instruction suffit.

Script MATLAB : matrices particulières et grandes matrices

```
% 1) Matrices particulières de grande taille
Z = zeros(10, 15);        % matrice nulle 10 x 15
U = ones(8, 8);           % matrice 8 x 8 remplie de 1
I = eye(12);              % matrice identité d'ordre 12
size(Z)
size(U)
size(I)

% 2) Matrice diagonale
D = diag([3 1 4])

% 3) Vecteur 1, 3, 5, ..., 49 : début:pas:fin
x = 1:2:49;
n = length(x)             % nombre d'éléments
premiers = x(1:5)         % les cinq premiers

% 4) Matrice 50 x 12 d'entiers au hasard entre 1 et 100
R = randi(100, 50, 12);
size(R)
```

Résultat affiché par MATLAB

```
ans =
    10    15

ans =
     8     8

ans =
    12    12

D =
     3     0     0
     0     1     0
     0     0     4

n = 25

premiers =
     1     3     5     7     9

ans =
    50    12
```

— `zeros(n, m)`, `ones(n, m)` et `eye(n)` créent la matrice nulle, la matrice remplie de 1 et la matrice identité. On ne les affiche pas (point-virgule) : 150, 64 et 144 coefficients rempliraient l'écran.

— `diag([3 1 4])` place les nombres donnés sur la diagonale.

— `1:2:49` signifie « de 1 à 49, de 2 en 2 » : on obtient les 25 nombres impairs de 1 à 49.

— `randi(100, 50, 12)` tire au hasard 600 nombres entiers entre 1 et 100 : les valeurs changent à chaque exécution, mais la taille est toujours 50×12.

Remarque

Il ne faut pas confondre `ones(8, 8)`, la matrice dont **tous** les coefficients valent 1, et `eye(8)`, la matrice identité, qui n'a des 1 que sur sa diagonale.

Corrigé de l'exercice 14 — Partie C

Dans MATLAB, `G(i, j)` désigne l'élément de la ligne i et de la colonne j, exactement comme g_{ij} à la main. Le symbole `:` seul signifie « tout », et `a:b` « de a à b ».

Script MATLAB : extraction et modification

```
G = reshape(1:60, 6, 10);   % 6 lignes, 10 colonnes, remplies colonne par colonne

% 1) Extractions
g23 = G(2, 3)               % ligne 2, colonne 3
L3 = G(3, :)                % toute la ligne 3 (":" = toutes les colonnes)
C4 = G(:, 4)                % toute la colonne 4 (":" = toutes les lignes)
B = G(2:5, 3:6)             % lignes 2 à 5, colonnes 3 à 6

% 2) Modification d'un bloc
G(1:2, 1:2) = 0;            % les 4 coefficients du bloc deviennent nuls
G(:, 1:3)                   % trois premières colonnes
```

Résultat affiché par MATLAB

```
g23 = 14

L3 =
     3     9    15    21    27    33    39    45    51    57

C4 =
    19
    20
    21
    22
    23
    24

B =
    14    20    26    32
    15    21    27    33
    16    22    28    34
    17    23    29    35

ans =
     0     0    13
     0     0    14
     3     9    15
```

```
     4    10    16
     5    11    17
     6    12    18
```

La matrice G est remplie colonne par colonne : la colonne j contient les nombres de $6j-5$ à $6j$. On retrouve bien $g_{23} = 14$ (troisième colonne : 13 à 18, deuxième nombre). La sous-matrice `B` est de taille 4×4.

Remarque

À la main, repérer un bloc dans une matrice de 60 coefficients est long et source d'erreurs ; avec l'indexation, MATLAB le fait instantanément, quelle que soit la taille de la matrice.

Corrigé de l'exercice 15 — Partie C

Les crochets servent aussi à **assembler** des matrices : un espace les place côte à côte, un point-virgule les place l'une sous l'autre.

Script MATLAB : concaténation et vérification

```
A = [1 2; 3 4];
B = [5 6; 7 8];
C = [1 0; 0 1; 2 2];

% 1) Concaténation horizontale et verticale
H = [A B]                 % côte à côte : même nombre de lignes requis
size(H)
V = [A; B]                % l'une sous l'autre : même nombre de colonnes requis
size(V)

% 2) A (2 lignes) et C (3 lignes)
% [A C] provoquerait une erreur
W = [A; C]                % possible : 2 colonnes chacune

% 3) Vérification de la symétrie
S = A + A'
isequal(S, S')            % 1 si S est égale à sa transposée, 0 sinon
```

Résultat affiché par MATLAB

```
H =
     1     2     5     6
     3     4     7     8

ans =
     2     4

V =
     1     2
     3     4
     5     6
     7     8
```

```
ans =
     4     2

W =
     1     2
     3     4
     1     0
     0     1
     2     2

S =
     2     5
     5     8

ans =
  logical
   1
```

— $[A\ B]$ est de taille 2×4 et $[A; B]$ de taille 4×2.

— $[A\ C]$ est **impossible** : A a 2 lignes et C en a 3, on ne peut pas les placer côte à côte. MATLAB refuse et affiche un message d'erreur (*Dimensions of arrays being concatenated are not consistent*). En revanche, $[A; C]$ est possible, car A et C ont toutes les deux 2 colonnes.

— `isequal(S, S')` renvoie `1` (vrai) : S est égale à sa transposée, elle est symétrique. Une matrice de la forme $A + A^\top$ est toujours symétrique.

Corrigé de l'exercice 16 — Partie C

Ce mini-cas montre ce que MATLAB permet dès que les données deviennent nombreuses : la matrice des quantités contient à elle seule 600 nombres.

Script MATLAB : ventes de 50 produits sur 12 mois

```
Q = 100 + mod((1:50)' * (1:12) * 7, 41);   % quantités : 50 produits x 12 mois
P = 10 * (2 + mod((1:50)', 5));            % prix unitaires (MAD) : 50 x 1

% 1) Tailles et lecture d'un élément
size(Q)
size(P)
q_mars = Q(3, 3)                 % produit 3, mois 3 (mars)

% 2) Variations mensuelles : mois 2 à 12 moins mois 1 à 11
Var = Q(:, 2:12) - Q(:, 1:11);
size(Var)

% 3) Remise de 10 % sur tous les prix
P2 = 0.9 * P;

% 4) Chiffre d'affaires de chaque mois : produit scalaire
%    de chaque colonne de Q par le vecteur des prix
CA  = dot(Q, repmat(P, 1, 12));  % repmat recopie P sur 12 colonnes
```

```
CA2 = dot(Q, repmat(P2, 1, 12));
CA_annuel = sum(CA)
CA_annuel_remise = sum(CA2)
[CA_max, mois_max] = max(CA)      % meilleur mois
```

Résultat affiché par MATLAB

```
ans =
    50    12

ans =
    50     1

q_mars = 122

ans =
    50    11

CA_annuel = 2869070

CA_annuel_remise = 2582163

CA_max = 242500

mois_max = 5
```

— `Q` est de taille 50×12 et `P` de taille 50×1. Le produit 3 s'est vendu à 122 unités en mars.

— `Q(:, 2:12) - Q(:, 1:11)` soustrait, en une seule instruction, les ventes de chaque mois de celles du mois suivant : on obtient $50 \times 11 = 550$ variations. Les deux matrices soustraites ont bien la même taille, 50×11.

— La remise de 10 % revient à multiplier le vecteur des prix par le scalaire 0,9.

— Pour chaque mois, la fonction `dot` calcule le produit scalaire de la colonne des quantités par le vecteur des prix : 50 multiplications et une addition, répétées pour les 12 mois.

Le chiffre d'affaires annuel est de 2 869 070 MAD ; après la remise de 10 %, il passe à 2 582 163 MAD, soit 0,9 fois le montant initial. Le meilleur mois est le mois 5, avec 242 500 MAD. À la main, ce calcul aurait demandé 600 multiplications pour un seul scénario de prix : c'est exactement le type de travail qu'il faut confier à un logiciel.

Bilan de la série

Ce qu'il faut retenir

— Une matrice est un tableau rangé : il faut toujours savoir ce que représentent ses lignes et ses colonnes. a_{ij} : ligne i, colonne j.

— La transposée échange lignes et colonnes ; une matrice symétrique est égale à sa transposée.

— Addition, soustraction et produit scalaire exigent des tailles identiques : **on vérifie toujours avant de calculer**.

— Le produit scalaire donne un nombre ; en gestion, c'est par exemple un chiffre d'affaires (quantités $\times$ prix).

— Dès que les matrices deviennent grandes, **on passe par un logiciel comme MATLAB** : il crée, extrait, assemble et calcule en une instruction ce qui demanderait des centaines d'opérations à la main. Le rôle de l'étudiant reste de savoir ce que l'on calcule et d'interpréter le résultat.

Récapitulatif des exercices

Ex.	Partie	Thème
1	Partie A	Taille d'une matrice et repérage des éléments
2	Partie A	Reconnaître le type d'une matrice
3	Partie A	Construire une matrice à partir d'une règle, transposée
4	Partie A	Des données de gestion sous forme de matrice
5	Partie B	Addition de matrices
6	Partie B	Soustraction de matrices
7	Partie B	Multiplication par un scalaire
8	Partie B	Combinaisons d'opérations
9	Partie B	Produit scalaire de deux vecteurs
10	Partie B	Produit scalaire dans $\mathbb{R}^4$, vecteurs orthogonaux
11	Partie B	Application : stocks, hausse de prix et chiffre d'affaires
12	Partie C	Saisir des matrices et effectuer les opérations de base
13	Partie C	Créer rapidement de grandes matrices
14	Partie C	Extraire et modifier des éléments d'une grande matrice
15	Partie C	Assembler des matrices et vérifier des propriétés
16	Partie C	Mini-cas : les ventes de 50 produits sur 12 mois

Partie 3 : Quand les calculs se compliquent, MATLAB

► Les limites du calcul à la main

Les matrices de cette série sont petites : quelques lignes et quelques colonnes. En gestion, elles sont vite beaucoup plus grandes. Le tableau des ventes de l'exercice 16 (50 produits sur 12 mois) contient déjà 600 nombres, et le moindre calcul sur ce tableau demanderait des centaines d'opérations à la main.

Pourquoi passer par un logiciel ?

— **Le calcul devient fastidieux** dès que les matrices dépassent quelques lignes et colonnes.

— **Le risque d'erreur devient trop élevé** : une seule erreur de recopie ou de calcul fausse le résultat.

— **En gestion, les tableaux sont grands** : produits, clients, mois, ateliers, comptes.

Dès que les choses commencent à se compliquer, il faut donc passer par un logiciel de calcul comme **MATLAB** (ou ses équivalents gratuits Octave et Python). Le rôle de l'étudiant reste essentiel : savoir **ce que l'on calcule**, vérifier les tailles et **interpréter le résultat**.

► MATLAB dans la suite du cours

Les exercices 12 à 16 de cette série ont présenté les bases de MATLAB : saisir une matrice, l'extraire, l'assembler et calculer avec elle. Chacune des séries suivantes se termine par une partie MATLAB, qui reprend ses propres exercices avec une ou deux instructions.

Les instructions MATLAB des séries suivantes

Série	Thème	Instructions
2	Le produit matriciel	`A*B`, `size`
3	La trace et le déterminant	`trace`, `det`
4	L'inverse d'une matrice	`inv`, `format rat`
5	L'algorithme de Gauss et le rang	`rref`, `rank`
6	Le rang et le nombre de solutions	`rank`
7	La méthode de Gauss et la substitution	`rank`, `A\B`
8	La méthode de Gauss-Jordan	`rref`
9	Les systèmes particuliers	`A\B`, `inv`, `null`
10	Applications à la gestion d'entreprise	`rref`, `rank`