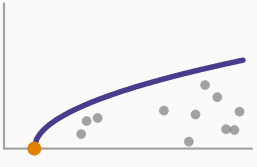
Gestion des risques et gestion d'actifs

Chapitre 5 : Le risque de portefeuille — méthodes analytiques



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 29 août 2026

Plan du chapitre

Avant de commencer

La VaR de portefeuille

Les outils de la VaR

Barings, un diagnostic tardif

Mesurer, puis gérer le risque

Synthèse

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

Après avoir vu comment construire un portefeuille à partir d'alphas, ce chapitre équipe l'analyste des outils analytiques pour en mesurer et en décomposer le risque : la VaR de portefeuille et sa panoplie d'outils dérivés — VaR individuelle, marginale, incrémentale et composante. Le cas Barings, fil rouge du chapitre, illustre concrètement comment ces outils auraient permis de détecter, avant qu'elle ne devienne fatale, une position qui n'était en réalité pas la couverture qu'elle prétendait être. Le chapitre se conclut en montrant comment ces outils de gestion du risque se prolongent naturellement en outils de gestion de portefeuille, jusqu'au portefeuille optimal au sens de Sharpe.

La VaR de portefeuille

Construction à partir de la matrice de covariance

La méthode delta-normale

La méthode delta-normale (ou « matrice de covariance ») suppose que les rendements des actifs sous-jacents sont conjointement normaux, de sorte que le rendement du portefeuille, combinaison linéaire de variables normales, l'est également. La variance du portefeuille s'écrit $\sigma_p^2 = w'\Sigma w$ (ou $x'\Sigma x$ en montants en devise), et la **VaR de portefeuille** est VaR $= \alpha\sigma_p W = \alpha\sqrt{x'\Sigma x}$, où α est le quantile normal correspondant au niveau de confiance retenu.

VaR diversifiée et VaR non diversifiée

La **VaR diversifiée** tient compte des effets de corrélation entre les positions ; c'est la VaR de portefeuille au sens propre. La **VaR non diversifiée** est la somme des VaR individuelles de chaque position — c'est-à-dire la VaR de portefeuille lorsque toutes les corrélations valent +1, cas le plus défavorable qui amplifie mutuellement les pertes. La VaR non diversifiée constitue donc une borne supérieure de la VaR de portefeuille, utile comme scénario catastrophe si les corrélations habituelles venaient à se rompre simultanément. Lorsque le portefeuille comporte des positions courtes, une corrélation de −1 entre deux positions annule totalement le risque (couverture parfaite), alors qu'une corrélation de +1 le maximise.

Construction à partir de la matrice de covariance (suite)

Exemple : un portefeuille CAD/EUR

Pour un portefeuille de 2 millions USD en dollars canadiens (volatilité 5 %) et 1 million USD en euros (volatilité 12 %), non corrélés, à 95 % de confiance ($\alpha = 1{,}65$) : la VaR individuelle du CAD est 165 000 $ et celle de l'EUR 198 000 $, pour une VaR non diversifiée de 363 000 $. La VaR de portefeuille diversifiée, calculée à partir de la variance totale du portefeuille (0,0244 en unités de million de dollars carrés), n'est que de 257 738 $ — la différence de plus de 100 000 $ illustrant concrètement le bénéfice de diversification entre deux devises non corrélées.

Les outils de la VaR

La VaR marginale

La **VaR marginale** mesure la variation de la VaR de portefeuille résultant d'un dollar supplémentaire d'exposition à un composant donné : $\Delta\text{VaR}_i = \alpha \operatorname{cov}(R_i, R_p)/\sigma_p$. Elle est étroitement liée au bêta de l'actif par rapport au portefeuille, $\beta_i = \operatorname{cov}(R_i, R_p)/\sigma_p^2$, de sorte que $\Delta\text{VaR}_i = (\text{VaR}/W)\beta_i$. Pour réduire le risque total d'un montant fixe, il faut réduire en priorité la position dont la VaR marginale est la plus élevée — elle offre le plus grand effet de couverture par dollar retiré.

Mesurer l'impact d'une nouvelle opération

La **VaR incrémentale** est le changement exact de la VaR de portefeuille résultant de l'ajout d'une nouvelle position, obtenue par réévaluation complète : VaR incrémentale $= \text{VaR}_{p+a} - \text{VaR}_{p}$. Pour de grands portefeuilles, cette réévaluation complète est coûteuse en temps de calcul ; une approximation rapide utilise le vecteur de VaR marginale déjà calculé, VaR incrémentale $\approx (\Delta\text{VaR})' \times a$ — une simplification d'autant plus fiable que la nouvelle opération est petite par rapport au portefeuille existant.

VaR composante

Une décomposition additive du risque

La **VaR composante** d'un actif i, $\text{CVaR}_i = \Delta\text{VaR}_i \times x_i = \text{VaR} \times w_i\beta_i$, indique de combien la VaR de portefeuille changerait approximativement si ce composant était retiré du portefeuille. Propriété remarquable : les VaR composantes de tous les actifs s'additionnent exactement pour reconstituer la VaR totale du portefeuille, $\sum_i \text{CVaR}_i = \text{VaR}$ — une conséquence directe du fait que la somme pondérée des bêtas d'un portefeuille avec lui-même vaut 1. Une composante au signe négatif agit comme couverture du reste du portefeuille ; une composante positive en accroît le risque.

Suite de l'exemple CAD/EUR : décomposition du risque

Dans l'exemple précédent, la VaR marginale de l'EUR (0,1521) est environ trois fois supérieure à celle du CAD (0,0528) : réduire la position en euros est donc bien plus efficace, dollar pour dollar, pour abaisser le risque total. La décomposition en VaR composantes confirme ce constat : le CAD contribue 105 630 $ (41,0 %) à la VaR totale, l'EUR 152 108 $ (59,0 %) — alors même que la position en CAD (2 millions) est le double de celle en EUR (1 million). C'est la volatilité relative de chaque devise, et non la seule taille de la position, qui détermine sa contribution au risque.

Barings, un diagnostic tardif

Une couverture qui n'en était pas une

Ce qu'une VaR aurait révélé

Nick Leeson détenait, pour la Barings, une position longue d'environ 7,7 milliards de dollars sur des contrats à terme sur l'indice Nikkei et une position courte de 16 milliards de dollars sur des contrats à terme sur obligations d'État japonaises (JGB) — présentée en interne comme une couverture, mais dissimulée dans un compte d'erreurs (le fameux compte 88888), invisible du système de reporting de Londres. Or les actions et obligations japonaises étant historiquement **négativement** corrélées, une véritable couverture aurait dû être **longue** les deux actifs simultanément, pas l'un contre l'autre : la décomposition de la VaR marginale montre que la position obligataire, loin de réduire le risque, l'aggravait. Sur les 835 millions de dollars de VaR mensuelle totale calculée a posteriori (à 95 % de confiance), 82,4 % provenaient de l'exposition Nikkei et 17,6 % de la position JGB — cette dernière augmentant le risque plutôt que de le couvrir. La perte réelle, 1,3 milliard de dollars, était du même ordre de grandeur que cette VaR, cohérente avec le mouvement extrême du Nikkei (−6,4 % en une seule journée après le séisme de Kobe, largement au-delà de la VaR quotidienne à 95 %).

La leçon organisationnelle

Le cas Barings n'est pas un échec de la technique de mesure du risque — un système de VaR correctement implémenté et audité indépendamment aurait révélé l'ampleur et la nature réelle de

Mesurer, puis gérer le risque

Le portefeuille à risque minimal

La position de meilleure couverture

La **meilleure couverture** (best hedge) est le montant à ajouter à une position pour minimiser le risque total du portefeuille : $a^* = -W\beta_i\sigma_p/\sigma_i$. Au minimum de risque global, toutes les VaR marginales — ou, de façon équivalente, tous les bêtas de portefeuille — doivent être égales entre eux. Dans l'exemple CAD/EUR, partir de la position initiale (66,67 % CAD / 33,33 % EUR, VaR de 257 738 $) vers la position à risque minimal (85,21 % CAD / 14,79 % EUR) fait chuter la volatilité du portefeuille de 15,62 % à 13,85 %.

Le portefeuille optimal au sens de Sharpe

Restaurer le rendement dans l'équation

Minimiser le risque ignore le rendement espéré ; le gérant de portefeuille cherche en réalité à maximiser le **ratio de Sharpe**, $SR_p = E_p/\sigma_p$. Au portefeuille optimal, le ratio du rendement excédentaire espéré de chaque actif à sa VaR marginale doit être constant entre tous les actifs, $E_i/\Delta\text{VaR}_i = \beta_i^{-1}E_i = \text{constante}$ — une reformulation directe du MEDAF (Roll, 1977) : l'efficience du portefeuille implique que le rendement espéré de chaque actif est proportionnel à son bêta par rapport à ce portefeuille.

Retour à l'exemple CAD/EUR : du minimum de risque au maximum de Sharpe

Avec des rendements espérés de 8 % (CAD) et 5 % (EUR), le ratio rendement/bêta initial favorise nettement le CAD (0,1301 contre 0,0282 pour l'EUR) : le portefeuille optimal déplace donc le poids vers le CAD, qui passe de 66,67 % à 90,21 %. Le ratio de Sharpe du portefeuille grimpe alors de 0,448 à 0,551, et les deux actifs affichent, à l'optimum, un ratio rendement/bêta strictement identique (0,0771) — preuve qu'aucune réallocation supplémentaire ne peut améliorer la performance ajustée du risque.

Synthèse

Ce qu'il faut retenir

Synthèse du chapitre

La VaR de portefeuille, calculée à partir de la matrice de covariance, se décompose en un jeu d'outils complémentaires — VaR individuelle, VaR marginale, VaR incrémentale et VaR composante — qui permettent de diagnostiquer précisément d'où provient le risque et comment le réduire efficacement, comme l'a montré rétrospectivement le cas Barings. Ces mêmes outils, prolongés par la prise en compte du rendement espéré, guident le gérant du portefeuille à risque minimal jusqu'au portefeuille optimal au sens du ratio de Sharpe — une reformulation opérationnelle du MEDAF vu au chapitre 1. Ces outils de gestion du risque sont précisément ceux que le chapitre suivant va appliquer à un problème plus large : la budgétisation du risque au sein d'une organisation d'investissement.