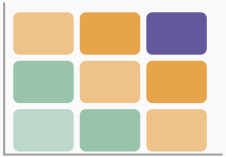
Fondements de la gestion des risques

Chapitre 5 : La théorie moderne du portefeuille et le MEDAF



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 29 août 2026

Plan du chapitre

Avant de commencer

La théorie du portefeuille

Le MEDAF

La performance ajustée

Synthèse

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

Les quatre premiers chapitres ont traité du risque du point de vue de l'**institution**. Celui-ci change de perspective : comment un **investisseur** combine-t-il des actifs risqués, et comment le marché **rémunère-t-il** le risque ? On y établit que seule une partie du risque — la partie non diversifiable — mérite une prime, résultat qui fonde le MEDAF et toutes les mesures de performance ajustées du risque.

La théorie du portefeuille

Le risque dépend des covariances

Le rendement espéré d'un portefeuille est la moyenne pondérée des rendements espérés. Son risque, en revanche, ne l'est pas : pour deux actifs de poids w_A et w_B,

$$\sigma_P^2 = w_A^2\sigma_A^2 + w_B^2\sigma_B^2 + 2\,w_A w_B\,\mathrm{Cov}(A,B).$$

Dès que la corrélation est inférieure à 1, le risque du portefeuille est **strictement inférieur** à la moyenne pondérée des risques individuels.

Ce que la diversification élimine, et ce qu'elle n'élimine pas

Le risque total se scinde en une part **spécifique** — propre à l'entreprise, qui disparaît lorsqu'on multiplie les titres faiblement corrélés — et une part **systématique**, liée aux mouvements d'ensemble du marché, qui subsiste quel que soit le nombre de titres. C'est cette seconde part, et elle seule, que le marché rémunère.

La frontière efficiente

Frontière efficiente

La **frontière efficiente** est l'ensemble des portefeuilles offrant le rendement espéré maximal pour chaque niveau de risque. Tout portefeuille situé en dessous est dominé : il existe une autre combinaison offrant davantage de rendement pour le même risque. L'investisseur rationnel se place donc sur cette frontière, à l'endroit correspondant à son aversion au risque.

L'apport de l'actif sans risque

Introduire un actif sans risque de taux r_f transforme la frontière courbe en une **droite** partant de r_f et tangente à la frontière des actifs risqués. Le point de tangence définit le **portefeuille de marché**. Le **théorème de séparation** en découle : tout investisseur détient ce même portefeuille de marché, seule varie la proportion allouée à l'actif sans risque.

Capital Market Line (CML)

La CML relie l'actif sans risque au portefeuille de marché :

$$E(R_P) = r_f + \frac{E(R_M) - r_f}{\sigma_M}\,\sigma_P.$$

Sa pente, le **ratio de Sharpe du marché**, s'interprète comme le prix unitaire du risque. Attention : la CML ne décrit que les portefeuilles **efficients**, combinaisons de l'actif sans risque et du portefeuille de marché.

Le MEDAF

Le bêta et l'équation fondamentale

Le bêta

Le **bêta** mesure la sensibilité d'un actif aux mouvements du marché :

$$\beta_i = \frac{\mathrm{Cov}(R_i, R_M)}{\sigma_M^2}.$$

Un bêta de 1 signifie que l'actif suit le marché ; supérieur à 1, il en amplifie les mouvements ; inférieur à 1, il les atténue.

L'équation du MEDAF

Le modèle d'évaluation des actifs financiers énonce que

$$E(R_i) = r_f + \beta_i (E(R_M) - r_f).$$

Le rendement espéré est donc le taux sans risque augmenté d'une prime **proportionnelle au seul risque systématique**. Le risque spécifique, éliminable par diversification, n'est pas rémunéré.

CML et SML : ne pas confondre

Security Market Line (SML)

La SML représente le MEDAF dans le plan (bêta, rendement espéré). Tout actif correctement valorisé s'y situe exactement. Un titre **au-dessus** de la SML offre plus que ce que son risque systématique justifie : il est sous-évalué. Un titre **en dessous** est surévalué.

La différence essentielle

La **CML** porte l'écart-type en abscisse et ne concerne que les portefeuilles efficients. La **SML** porte le bêta et s'applique à **tout** actif ou portefeuille, efficient ou non. Confondre les deux conduit à juger un titre individuel sur son risque total alors que seul son risque systématique est rémunéré.

Les limites du modèle

Des hypothèses fortes

Le MEDAF suppose des marchés parfaits, une information homogène, des investisseurs rationnels et un horizon unique. Surtout, le portefeuille de marché théorique — l'ensemble de tous les actifs risqués — n'est **pas observable** : on lui substitue des indices boursiers, ce qui rend le modèle difficile à tester rigoureusement. Empiriquement, le bêta seul explique mal la coupe transversale des rendements, ce qui motive les modèles multifactoriels du chapitre 6.

La performance ajustée

Ratio de Sharpe

$$\text{Sharpe} = \frac{E(R_P) - r_f}{\sigma_P}$$

Il rapporte l'excès de rendement au **risque total**. C'est la mesure pertinente lorsque le portefeuille évalué constitue l'essentiel du patrimoine de l'investisseur.

Ratio de Treynor

$$\text{Treynor} = \frac{E(R_P) - r_f}{\beta_P}$$

Il rapporte l'excès de rendement au **risque systématique**. C'est la mesure pertinente lorsque le portefeuille n'est qu'une composante d'un ensemble déjà diversifié, où le risque spécifique a disparu.

Alpha de Jensen

$$\alpha_P = E(R_P) - [r_f + \beta_P(E(R_M) - r_f)]$$

L'alpha mesure l'écart entre le rendement réalisé et celui qu'aurait prédit le MEDAF. Un alpha positif signale une surperformance ajustée du risque — habileté du gérant, ou anomalie de marché.

Sortino et ratio d'information

Deux compléments utiles

Le **ratio de Sortino** remplace l'écart-type par la seule volatilité **à la baisse** : il ne pénalise pas les variations favorables, ce qui le rend préférable quand les rendements sont asymétriques. Le **ratio d'information** rapporte l'excès de rendement par rapport à un indice de référence à l'écart-type de cet excès (la *tracking error*) : il mesure la régularité de la surperformance d'un gérant actif.

Choisir la bonne mesure

Le choix n'est pas cosmétique. Évaluer un fonds spécialisé isolément avec un ratio de Treynor flatte sa performance en ignorant son risque spécifique ; l'évaluer avec un Sharpe alors qu'il s'intègre à un portefeuille diversifié le pénalise injustement. La mesure doit correspondre à la **place réelle** du portefeuille dans le patrimoine.

Synthèse

Ce qu'il faut retenir

Synthèse du chapitre

Le risque d'un portefeuille dépend des **covariances** autant que des variances individuelles : dès que la corrélation est inférieure à 1, la diversification réduit le risque sans sacrifier le rendement. Elle élimine le risque **spécifique** mais laisse subsister le risque **systématique**, seul rémunéré par le marché. L'introduction d'un actif sans risque conduit au **portefeuille de marché** et au théorème de séparation. Le **MEDAF** en découle : $E(R_i) = r_f + \beta_i(E(R_M) - r_f)$. La **CML** décrit les portefeuilles efficients en fonction du risque total, la **SML** tout actif en fonction du bêta. Enfin, les mesures de performance — Sharpe, Treynor, Jensen, Sortino, ratio d'information — ne sont interchangeables qu'en apparence : chacune suppose une hypothèse différente sur la diversification du patrimoine.