

Chapitre 4

Le modèle à erreurs spatiales (SEM)

Feuille d'exercices

Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger
Exercices et corrigés · Économétrie spatiale (Master)

1 Exercices du chapitre

Exercice 1 — SAR ou SEM ? Classer trois scénarios

Pour chacun des scénarios suivants, indiquer s'il relève plutôt d'une spécification SAR ou SEM, et justifier en une phrase.

- (a) Le rendement agricole de parcelles voisines est corrélé uniquement parce qu'elles partagent la même qualité de sol, non observée par le chercheur.
- (b) Le taux de criminalité d'un quartier se répercute directement sur le taux de criminalité des quartiers voisins via un effet de déplacement de la délinquance.
- (c) Le taux de réussite scolaire de communes voisines est corrélé parce qu'une même politique préfectorale d'allocation de moyens s'applique à toutes les communes d'une même région.
- (d) Pour le scénario (a), les MCO appliqués à $y = X\beta + u$ sont-ils biaisés ? Sont-ils efficaces ?

Exercice 2 — L'estimateur des moments généralisés

Le cours établit un parallèle entre l'estimation GM/GS2SLS du SEM et la correction de Cochrane-Orcutt du chapitre 11 d'*Économétrie avancée*.

- (a) Décrire, dans l'ordre, les trois grandes étapes de l'estimation GM/GS2SLS d'un modèle SEM.
- (b) En quoi la première étape (MCO sur $y = X\beta + u$) reste-t-elle valide malgré la présence de dépendance spatiale dans u , alors qu'elle serait invalide dans un modèle SAR ?
- (c) Quel est, précisément, l'objet qui joue le rôle de ϕ (paramètre d'autocorrélation temporelle) dans le parallèle avec Cochrane-Orcutt ?
- (d) Pourquoi peut-on qualifier cette procédure de « MCG faisable » plutôt que de MCG exacte ?

Exercice 3 — Effets marginaux : SAR contre SEM

On reprend la matrice W reine des quatre régions (A, B, C, D , poids $1/3$) et un choc de $+1$ sur X_C .

- (a) Sous un modèle **SAR** avec $\rho = 0,3$, le chapitre 3 a établi que l'effet exact de ce choc sur y_A vaut $0,1299$. Rappeler, en une phrase, pourquoi cet effet n'est pas nul.
- (b) Sous un modèle **SEM** avec $\lambda = 0,3$ (même ordre de grandeur du paramètre de dépendance spatiale), quel est l'effet d'un choc de $+1$ sur X_C sur y_A ?
- (c) Les deux paramètres $\rho = 0,3$ et $\lambda = 0,3$ ont la même valeur numérique. Pourquoi produisent-ils des conséquences aussi radicalement différentes sur l'interprétation de l'effet de X ?
- (d) Un chercheur, ayant estimé un modèle SEM significatif ($\hat{\lambda} = 0,3$), affirme que « l'effet de X_C se propage aux régions voisines avec un poids de $0,3$ ». Cette affirmation est-elle correcte ?

2 Exercice cumulatif (chapitre 4, chapitre 3, chapitre 2, chapitre 1 et introduction)

Exercice 4 — Choisir SAR ou SEM à partir d'un raisonnement économique

Un chercheur étudie le rendement agricole de parcelles réparties selon la configuration en carré des quatre régions du chapitre 1 (contiguïté reine). Il calcule un indice de Moran (chapitre 2) sur les résidus d'une régression MCO du rendement sur l'irrigation et la superficie, et trouve $I = 0,29$, significativement différent de $E[I] = -1/3$.

- (a) Ce résultat, à lui seul, permet-il de choisir entre SAR (chapitre 3) et SEM (ce chapitre) ?
- (b) Le chercheur argumente que la qualité du sol, non observée, varie de façon graduelle dans l'espace et affecte simultanément toutes les parcelles d'une même zone — mais qu'aucune parcelle n'influence directement le rendement d'une autre. D'après la distinction posée dans l'introduction (dépendance substantielle contre corrélation nuisible), quel modèle ce

raisonnement justifie-t-il ?

- (c) Si le chercheur avait, au contraire, de bonnes raisons de penser que les techniques agricoles se diffusent réellement d'une parcelle à sa voisine (imitation des pratiques), quel modèle serait alors justifié, et pourquoi le choix ne peut-il jamais reposer sur le seul indice de Moran ?
- (d) En supposant le modèle SEM retenu et $\hat{\lambda} = 0,3$, l'effet estimé de l'irrigation sur le rendement d'une parcelle donnée se limite-t-il à cette parcelle, ou se propage-t-il aux parcelles voisines comme le ferait un modèle SAR de même ampleur (chapitre 3, exercice 3) ?

3 Applications en sciences économiques

Exercice 5 — Rendement agricole et qualité des sols

Une étude sur 500 parcelles agricoles marocaines estime un modèle SEM du rendement sur l'irrigation, la superficie et le type de culture, avec $\hat{\lambda}_{GM} = 0,38$ (première étape MCO, puis GM/GS2SLS).

- (a) Pourquoi l'omission de la qualité du sol, si elle est effectivement spatialement corrélée, justifie-t-elle a priori une spécification SEM plutôt que SAR pour ces données ?
- (b) Un collègue propose d'ignorer $\hat{\lambda}$ et de se contenter des écarts-types robustes usuels (comme en présence d'hétéroscédasticité, chapitre 8 d'*Économétrie avancée*). Pourquoi cette solution est-elle insuffisante ici, contrairement au cas de la simple hétéroscédasticité ?
- (c) Le coefficient MCO de l'irrigation sur le rendement est-il, en principe, biaisé par l'omission de la qualité du sol dans ce modèle SEM ? Justifier.

Exercice 6 — Politique préfectorale et réussite scolaire

Un chercheur étudie le taux de réussite au baccalauréat de 150 communes, et soupçonne qu'une politique régionale d'allocation de moyens éducatifs, non observée dans ses données, explique une partie de la corrélation spatiale observée entre communes voisines.

- (a) Ce mécanisme relève-t-il d'une dépendance substantielle ou d'une corrélation nuisible, au sens de l'introduction du cours ?
- (b) Quel modèle, SAR ou SEM, ce chercheur devrait-il privilégier a priori, et quelle spécification devrait-il malgré tout estimer en parallèle pour vérifier la robustesse de sa conclusion (cf. chapitre 3, exercice 5) ?
- (c) Si le chercheur se trompait de modèle et estimait un SAR alors que la vraie dépendance loge en réalité dans l'erreur, quelle serait la conséquence sur l'interprétation de l'effet des moyens éducatifs propres à chaque commune ?