

Chapitre 7

Effets directs, indirects et totaux

Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger
Polycopié de cours · Économétrie spatiale (Master)

Plan du chapitre

1. Un piège d'interprétation
2. Trois effets, une seule matrice
3. L'alternative plus simple : le modèle SLX
4. Ce qu'il faut retenir

1 Un piège d'interprétation

1.1 β_k n'est plus un effet marginal

Pourquoi ce chapitre

En MCO ordinaires, $\partial y_i / \partial x_{ik} = \beta_k$: simple, direct, sans la moindre ambiguïté possible. Dans un modèle SAR ou SDM en revanche, cette lecture devient tout simplement fausse. Ignorer ce fait — ce que beaucoup de travaux appliqués ont longtemps fait par le passé — conduit à des interprétations économiques erronées, alertées explicitement par LeSage et Pace en 2009 dans un article qui a durablement changé les pratiques du champ.

1.2 D'où vient précisément le problème

La forme réduite révèle la vraie dérivée

Pour un modèle SDM, $y = (I - \rho W)^{-1}(X\beta + WX\theta + \varepsilon)$. La dérivée de y par rapport à x_k n'est alors plus un simple scalaire, mais bien une matrice complète de dimension $n \times n$:

$$S_k(W) = (I - \rho W)^{-1}(I\beta_k + W\theta_k)$$

2 Trois effets, une seule matrice

2.1 Décomposer rigoureusement $S_k(W)$

Effet direct, effet indirect, effet total

L'effet direct est la moyenne des éléments diagonaux de $S_k(W)$: l'effet d'une hausse de x_{ik} sur y_i elle-même, boucle de rétroaction pleinement comprise. L'effet indirect, ou spillover, est la moyenne des sommes des éléments hors diagonale : l'effet d'une hausse de x_{ik} sur l'ensemble des autres y_j considérés. L'effet total est simplement la somme de ces deux effets précédents.

Pourquoi l'effet direct diffère déjà de β_k

Même en l'absence de tout terme WX — soit $\theta = 0$, un modèle SAR pur —, l'effet direct n'est déjà plus β_k , mais légèrement supérieur en valeur absolue : une hausse de x_{ik} élève y_i , qui élève à son tour y_j chez les régions voisines via ρ , qui élève alors un peu y_i en retour via ce même ρ . Cette boucle de rétroaction gonfle ainsi l'effet direct bien au-delà du simple β_k initial.

2.2 Un calcul illustré concrètement

SAR pur sur les quatre régions du chapitre 2

Avec $\rho = 0,3$, $\beta_k = 2$ et la matrice W standardisée en ligne déjà construite, $S_k(W) = 2(I - 0,3W)^{-1}$. Les éléments diagonaux valent alors chacun légèrement plus de deux — l'effet direct recherché —, et les éléments hors diagonale, non nuls, se répartissent l'effet indirect entre les trois autres régions concernées. La somme de tous les éléments d'une colonne donnée, divisée par n , donne l'effet total moyen — nécessairement supérieur au simple $\beta_k = 2$ de départ.

Une conséquence directe pour l'évaluation de politiques publiques

Une subvention régionale ciblée qui ignore délibérément les effets indirects sous-estime systématiquement son impact réel si elle génère des retombées positives chez les régions voisines — effet de démonstration, sous-traitance locale —, ou le surestime au contraire si elle en détourne simplement l'activité économique — concurrence fiscale, délocalisation pure et simple de l'activité. Le chiffrage correct d'une politique exige donc de calculer systématiquement les trois effets, et non le seul β_k isolé.

3 L'alternative plus simple : le modèle SLX

3.1 Quand les spillovers restent strictement locaux

Spatial Lag of X, ou SLX

$$y = X\beta + WX\theta + \varepsilon$$

Sans terme ρWy , ce modèle s'estime directement par MCO ordinaires — aucune endogénéité à traiter — et ses effets restent directement interprétables : β_k constitue l'effet direct, θ_k l'effet indirect limité aux seuls voisins immédiats, sans aucune propagation en cercles concentriques.

Spillovers globaux contre spillovers strictement locaux

Les modèles SAR et SDM produisent des spillovers globaux : via le multiplicateur $(I - \rho W)^{-1}$ déjà vu au chapitre 4, un choc donné atteint en principe l'ensemble des unités du système considéré, avec un poids qui décroît progressivement mais ne s'annule jamais complètement. Le modèle SLX produit au contraire des spillovers strictement locaux : seuls les voisins immédiats sont affectés, sans aucune rétroaction bouclée. Le choix entre ces deux approches constitue une véritable hypothèse économique sur la portée réelle du phénomène étudié, non un simple détail technique accessoire.

Pourquoi le modèle SLX gagne aujourd'hui du terrain en pratique

Plus simple à estimer correctement, à interpréter clairement et à défendre devant un public non spécialiste, le SLX est aujourd'hui de plus en plus recommandé comme point de départ naturel de toute analyse, sauf si la théorie économique sous-jacente justifie explicitement une véritable rétroaction bouclée — cas typique de la concurrence fiscale stratégique entre collectivités locales, où chaque décision prise réagit explicitement à celle des collectivités voisines.

4 Ce qu'il faut retenir

Cinq points

Dans un modèle SAR ou SDM, β_k n'est plus jamais l'effet marginal complet recherché. Il faut calculer séparément l'effet direct, avec sa rétroaction propre, l'effet indirect ou spillover, et l'effet total qui les réunit, à partir de la matrice $S_k(W)$ tout entière. Ces trois effets se calculent à partir de la forme réduite du modèle, jamais directement à partir des coefficients bruts estimés. Le modèle SLX, nettement plus simple, produit des spillovers strictement locaux et directement interprétables, sans ce piège d'interprétation. Le chapitre 8 étend à présent l'ensemble de cette boîte à outils — SAR, SEM, SDM — aux données de panel proprement dites.

Pour aller plus loin

- [1] James LeSage et Robert Kelley Pace, *Introduction to Spatial Econometrics*, CRC Press, 2009.
- [2] James LeSage, « What Regional Scientists Need to Know about Spatial Econometrics », *The Review of Regional Studies*, 2014.
- [3] J. Paul Elhorst, *Spatial Econometrics : From Cross-Sectional Data to Spatial Panels*, Springer, 2014.
- [4] Solmaria Halleck Vega et J. Paul Elhorst, « The SLX Model », *Journal of Regional Science*, 2015.
- [5] Luc Anselin, *Spatial Econometrics : Methods and Models*, Kluwer Academic Publishers, 1988.