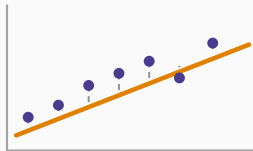


Introduction à l'économétrie

Chapitre 19 : Les formes fonctionnelles



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Sortir de la droite sans quitter les MCO

Le semi-logarithmique

Choisir une forme

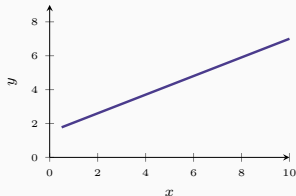
Ce qu'il faut retenir

Sortir de la droite sans quitter les
MCO

Les trois formes usuelles

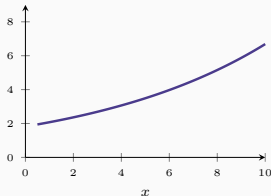
linéaire

$$y = \beta_0 + \beta_1 x$$



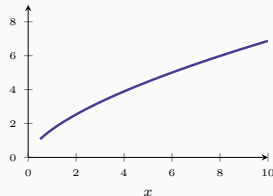
semi-logarithmique

$$\ln y = \beta_0 + \beta_1 x$$



logarithmique double

$$\ln y = \beta_0 + \beta_1 \ln x$$



Les trois modèles restent linéaires en les paramètres : les moindres carrés s'appliquent sans changement.

On ne transforme pas la méthode, on transforme les *variables*. C'est pourquoi l'hypothèse H1 est bien moins restrictive qu'elle n'en a l'air.

Le choix se justifie économiquement, pas graphiquement. Le semi-logarithmique s'impose dès qu'un effet est naturellement *proportionnel* — un salaire augmente en pourcentage, pas en dirhams. Le double logarithme donne directement une **élasticité**, la grandeur que l'économiste manipule le plus souvent.

Attention : deux modèles dont la variable expliquée diffère — y et $\ln y$ — ont des R^2 **non comparables**.

Comment se lit chaque coefficient

Le tableau à connaître

Modèle	Écriture	Lecture de β_1
Linéaire	$y = \beta_0 + \beta_1 x$	+1 unité de x donne β_1 unités de y
Semi-log	$\ln y = \beta_0 + \beta_1 x$	+1 unité de x donne $100\beta_1$ pour cent
Log-log	$\ln y = \beta_0 + \beta_1 \ln x$	+1 % de x donne β_1 pour cent
Log-lin inverse	$y = \beta_0 + \beta_1 \ln x$	+1 % de x donne $\beta_1/100$ unités

Le troisième cas porte un nom

β_1 y est une **élasticité** : la variation relative de y pour une variation relative de x .

C'est la grandeur que l'économiste manipule le plus — élasticité-prix de la demande, élasticité-revenu, élasticité de substitution. **Le double logarithme la donne directement, sans calcul.**

Le semi-logarithmique

Trois raisons, et elles convergent

1. **Économique** : une augmentation se pense en pourcentage, pas en dirhams. Deux cents dirhams ne signifient pas la même chose sur trois mille et sur quinze mille.
2. **Statistique** : la distribution des salaires est étirée à droite ; celle des logarithmes est presque symétrique.
3. **Technique** : le logarithme réduit fortement l'hétéroscédasticité du chapitre 15.

Un même geste règle trois problèmes

Ce n'est pas une coïncidence. Les trois symptômes — asymétrie, hétéroscédasticité, effets proportionnels — sont **trois manifestations du même fait** : la grandeur étudiée est multiplicative, non additive.

Le logarithme transforme les produits en sommes. Il rend additif ce qui l'était par nature.

variable expliquée : le logarithme du salaire

	Coefficient	Statistique t	Lecture
Constante	8,2158	280,2	le niveau de référence
Ancienneté	0,0345	22,33	+3,5 % par année
Bac+2	0,1786	8,59	+19,6 % contre le Bac
Bac+5	0,4353	17,96	+54,5 % contre le Bac
Casablanca	0,1655	5,75	+18,0 %
Rabat	0,1379	4,52	+14,8 %
Tanger-Tétouan	0,0592	2,15	+6,1 %
$n = 500$ $R^2 = 0,654$ $\hat{\sigma}_\varepsilon = 0,20$			

L'équation de gains de Mincer

Publiée en 1974, c'est l'un des modèles les plus estimés de toute l'économie appliquée. Sa forme est exactement celle-ci : le *logarithme* du salaire expliqué par la formation et l'expérience.

Pourquoi le logarithme

Parce qu'un coefficient devient un **pourcentage**, directement comparable d'un pays et d'une époque à l'autre. Le rendement d'une année de formation se situe partout entre 5 et 10 % : c'est un ordre de grandeur universel, et il ne le serait pas en dirhams.

Une approximation, et sa correction

100β approche l'effet en pourcentage. Au-delà de 0,2, il faut la formule exacte $100(e^\beta - 1)$: 0,4353 donne 54,5 % et non 43,5.

L'approximation et sa correction

Deux formules

effet en pourcentage $\approx 100 \beta$

exactement $= 100 (e^{\beta} - 1)$

Où l'approximation cesse d'être acceptable

β	100β	Valeur exacte
0,0345	3,45 %	3,51 %
0,1786	17,86 %	19,56 %
0,4353	43,53 %	54,54 %

La règle pratique

En dessous de 0,1, l'approximation suffit. Au-delà de 0,2, elle devient franchement fautive : onze points d'écart sur le Bac+5.

C'est une erreur d'interprétation très fréquente, et elle sous-estime toujours l'effet réel.

Choisir une forme

Trois critères, dans cet ordre

1. La **théorie économique** : la relation est-elle proportionnelle, additive, à rendements décroissants ?
2. L'**interprétation voulue** : cherche-t-on une élasticité ou un effet en unités ?
3. Le **comportement des résidus** : la forme retenue les rend-elle homogènes ?

Le R^2 n'est pas dans la liste, et c'est délibéré

Deux modèles dont la variable expliquée diffère — y et $\ln y$ — ont des R^2 **non comparables** : ils ne portent pas sur la même variance.

Comparer $R^2 = 0,64$ pour le modèle en niveau et $0,65$ pour celui en logarithme n'a aucun sens. **Cette comparaison est l'erreur la plus courante du chapitre.**

Le terme quadratique

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \varepsilon$$

Toujours linéaire en les paramètres : les MCO s'appliquent sans changement.

Ce qu'il capte, et pourquoi c'est utile ici

Un β_2 négatif décrit un effet à **rendements décroissants** — et l'expérience professionnelle en est le cas typique : les premières années rapportent beaucoup, les dernières peu.

L'équation de Mincer originale contient d'ailleurs l'expérience **et** son carré, précisément pour cela. Le maximum se situe en $-\beta_1/(2\beta_2)$.

Le logarithme et le zéro

$\ln 0$ n'existe pas. Sur des variables qui s'annulent — dépenses de publicité, exportations, heures supplémentaires — le passage au logarithme **supprime silencieusement des observations**.

Vérifiez toujours le nombre d'observations retenu par le logiciel après transformation.

La tentation de la forme flexible

On peut toujours améliorer l'ajustement en ajoutant des carrés, des cubes, des interactions.

On obtient alors un modèle qui décrit parfaitement l'échantillon et ne prédit rien. C'est le surajustement, et c'est le sujet du chapitre suivant.

Ce qu'il faut retenir

Six points

1. Transformer les **variables** ne quitte pas les MCO : le modèle reste linéaire en les paramètres.
2. Semi-log : 100β est un **pourcentage**. Log-log : β est une **élasticité**.
3. Sur les salaires, le logarithme règle trois problèmes d'un coup — et ce n'est pas un hasard.
4. **Mincer** : +3,5 % par année d'ancienneté, +54,5 % pour un Bac+5.
5. 100β n'est qu'une approximation : au-delà de 0,2, utiliser $100(e^\beta - 1)$.
6. Deux R^2 ne se comparent **jamais** si la variable expliquée diffère.

La suite

Une dernière question demeure, et c'est celle qui décide de la valeur d'un travail : **quel modèle retenir**, et jusqu'où peut-on interpréter ses coefficients ?

Le chapitre 20 clôt le cours sur le mot que tout le monde attend et que personne n'ose écrire : la causalité.