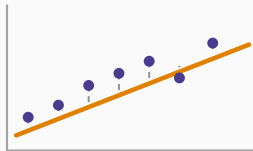


Introduction à l'économétrie

Chapitre 16 : Les erreurs groupées



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Des observations qui vont par paquets

Ce que cela coûte

Le remède

Le lien avec les séries temporelles

Ce qu'il faut retenir

Des observations qui vont par
paquets

Indépendance des erreurs

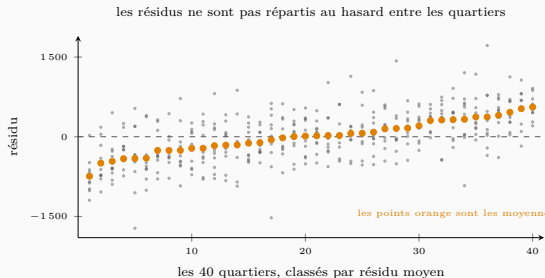
$$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \quad \text{pour } i \neq j$$

Ce que le modèle n'explique pas chez un individu ne doit rien avoir de commun avec ce qu'il n'explique pas chez un autre.

Pourquoi c'est rarement vrai

Les données d'enquête ne tombent presque jamais individu par individu. On tire des **quartiers**, des **classes**, des **entreprises**, des **villages** — et l'on interroge tout le monde à l'intérieur.

C'est le sondage par **grappes** du chapitre 2 de l'inférence, et il a une conséquence directe ici.



Ce que l'hypothèse H4 interdit

$$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0 \text{ pour } i \neq j.$$

Or deux ménages du *même quartier* partagent ce que le modèle ignore : les prix locaux, l'offre commerciale, les habitudes du voisinage.

Leurs erreurs se ressemblent. Les moyennes de quartier s'écartent trop nettement de zéro pour un tirage indépendant — de -743 à +559 dirhams.

C'est le pendant, sur coupe instantanée, de l'autocorrélation des séries temporelles — et il se traite de la même façon, sans qu'il faille sortir du cadre de ce cours.

Un terme commun à la grappe

$$\varepsilon_{ig} = u_g + v_{ig}$$

u_g est ce que partagent tous les ménages du quartier g : les prix locaux, l'offre commerciale, les habitudes du voisinage. v_{ig} est propre au ménage.

Deux ménages du même quartier ne sont pas deux observations indépendantes

Ils partagent u_g . Leurs erreurs sont donc corrélées, et l'échantillon contient **moins d'information** que son effectif ne le suggère.

Quatre cents ménages répartis en quarante quartiers ne valent pas quatre cents ménages tirés au hasard dans tout le pays.

Ce que cela coûte

De combien l'écart-type est sous-estimé

$$\frac{\text{vrai écart-type}}{\text{écart-type MCO}} \approx \sqrt{1 + (m - 1) \rho}$$

où m est la taille moyenne des grappes et ρ la corrélation des erreurs à l'intérieur d'une grappe.

Un exemple qui fait réfléchir

Vingt élèves par classe, une corrélation intra-classe de 0,2 – des valeurs banales en économie de l'éducation :

$$\sqrt{1 + 19 \times 0,2} = 2,2$$

L'écart-type est plus que doublé. Un t affiché à 4 vaut en réalité moins de 2 : la conclusion s'effondre.

Les mêmes que pour l'hétéroscédasticité

1. Les coefficients restent **sans biais** — H2 n'est pas en cause.
2. Ils ne sont plus efficaces.
3. Les **écarts-types sont faux**, et systématiquement **trop petits**.

L'erreur va toujours dans le même sens

Contrairement à l'hétéroscédasticité, dont le sens n'était pas prévisible, le regroupement conduit **toujours** à un excès de confiance.

On croit disposer de quatre cents observations; on en a l'équivalent de bien moins.

Le remède

Les écarts-types de grappe

400 ménages répartis en 40 quartiers de dix

	Coefficient	Écart-type		
		MCO	robuste	grappes
Constante	497,34	91,92	87,05	97,03
Revenu	0,7045 <i>t</i>	0,0148 47,55	0,0236 29,85	0,0232 30,35
Taille du ménage	70,67 <i>t</i>	16,67 4,24	15,39 4,59	12,29 5,75
Milieu urbain constant dans la grappe	-99,44 <i>t</i>	55,69 -1,79	59,32 -1,68	101,92 -0,98

La ligne orange est celle qu'il faut regarder.

Le milieu est **constant à l'intérieur de chaque quartier** : les quarante quartiers apportent quarante informations, pas quatre cents. L'écart-type corrigé du regroupement est presque *doublé*, et le coefficient cesse d'être à la limite de la significativité.

Et la correction d'hétéroscédasticité ne le voit pas : 59,32 contre 55,69, à peine un changement. Les deux corrections traitent deux problèmes distincts, et l'une ne remplace pas l'autre.

Règle : dès que les observations sont naturellement groupées — ménages d'un quartier, élèves d'une classe, salariés d'une entreprise — on regroupe au niveau où le traitement ou la politique s'applique.

Trois lectures

Le **revenu** varie à l'intérieur des quartiers : son écart-type passe de 0,0148 à 0,0232, et le t de 47,6 à 30,4.

Le **milieu** est constant dans la grappe : son écart-type est presque **doublé**, 55,69 contre 101,92.

La correction d'**hétéroscédasticité seule** ne voit rien du second problème : 59,32, à peine plus que les MCO.

La règle qui en découle

Une variable constante à l'intérieur des grappes est celle qui souffre le plus. C'est précisément le cas des variables de politique publique : une réforme s'applique à une région entière, un programme à une école entière.

C'est pourquoi la correction de grappe est devenue obligatoire dans toute évaluation de politique.

À quel niveau regrouper

La règle

On regroupe au niveau où **le traitement, la politique ou le tirage** s'applique — pas plus fin.

Trois exemples

Situation	Niveau de regroupement
Enquête par quartiers	le quartier
Réforme scolaire régionale	la région
Salariés de plusieurs entreprises	l'entreprise

Il faut assez de grappes, pas assez d'observations

La correction repose sur le **nombre de grappes**, non sur celui des individus. La règle usuelle : au moins **quarante grappes**.

Nous en avons exactement quarante — le minimum acceptable. Avec dix quartiers de quarante ménages, la correction serait elle-même peu fiable, quand bien même l'effectif total serait le même.

La conséquence pour un plan d'enquête

À budget donné, **il vaut mieux beaucoup de petites grappes que peu de grandes**.

Quarante quartiers de dix ménages valent mieux, statistiquement, que dix quartiers de quarante — alors que le coût de collecte pousse dans l'autre sens. C'est un arbitrage réel, et il se décide avant la collecte.

Le lien avec les séries temporelles

Le même problème, une autre forme

Deux visages de H4

Structure	Ce qui lie les erreurs	Le remède
Coupe instantanée	l'appartenance à un groupe	écarts-types de grappe
Série temporelle	la proximité dans le temps	écarts-types HAC

Pourquoi ce cours s'en tient au premier

Sur série temporelle, l'autocorrélation ne vient jamais seule : elle s'accompagne de tendance et de non-stationnarité, qui posent des problèmes d'une tout autre nature — la régression peut être entièrement fallacieuse.

Il faut alors les tests de racine unitaire et la cointégration, qui relèvent des cours de séries temporelles et d'économétrie avancée. Le principe, lui, est identique à celui de ce chapitre.

Ce qu'il faut retenir

Six points

1. Sur coupe, H4 tombe par **regroupement** : les observations vont par quartiers, classes, entreprises.
2. $\varepsilon_{ig} = u_g + v_{ig}$: deux membres d'une grappe partagent u_g .
3. **Facteur de Moulton** $\sqrt{1 + (m - 1)\rho}$: vingt élèves et $\rho = 0,2$ doublent l'écart-type.
4. Coefficients **sans biais**, écarts-types **systématiquement trop petits** — excès de confiance garanti.
5. Les **écarts-types de grappe** corrigent; la correction d'hétéroscédasticité, non.
6. Regrouper au niveau du **traitement**, et prévoir au moins **quarante grappes**.

La suite

Nous en arrivons à la seule ligne orange de la carte : celle qui biaise les coefficients eux-mêmes.

Et l'on va vérifier, à la quatrième décimale, que sa formule prédit exactement ce qu'elle annonce.