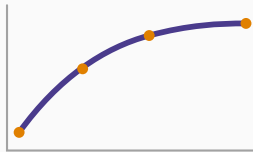


Économétrie financière

Chapitre 3 : Modèles classiques de volatilité et corrélation



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Avant de commencer

La moyenne mobile équipondérée

La moyenne mobile pondérée exponentiellement (EWMA)

Une limite commune aux deux approches

Synthèse

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

La matrice de covariance des rendements est l'ingrédient central de la mesure du risque (VaR), de l'allocation de portefeuille, de la couverture et du pricing multi-actifs. Mais elle **change dans le temps**. Ce chapitre présente les deux méthodes historiques les plus simples pour l'estimer — moyenne mobile équipondérée et EWMA — et leurs limites, avant d'introduire les modèles GARCH (chapitre 4).

La moyenne mobile équipondérée

Variance en moyenne mobile

En supposant les rendements de moyenne nulle, la variance estimée à la date t sur une fenêtre glissante de n observations est

$$\hat{\sigma}_t^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n r_{t-i}^2.$$

Le problème des « fantômes »

Chaque rendement passé pèse **exactement le même poids** $1/n$ tant qu'il reste dans la fenêtre, puis disparaît **brutalement** dès qu'il en sort. Un choc de marché ancien continue donc d'influencer pleinement l'estimation jusqu'à son dernier jour dans la fenêtre — puis l'estimation **chute artificiellement** le jour suivant, même si rien de nouveau ne s'est produit. Ce phénomène, dit des « caractéristiques fantômes » (*ghost features*), est la principale faiblesse de la moyenne mobile équipondérée.

La moyenne mobile pondérée exponentiellement (EWMA)

EWMA

L'EWMA corrige ce défaut en pondérant les observations passées par des poids **décroissant exponentiellement**, via la récursion

$$\hat{\sigma}_t^2 = \lambda \hat{\sigma}_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2, \quad 0 < \lambda < 1,$$

équivalente à une moyenne pondérée infinie de poids $(1 - \lambda)\lambda^i$ sur r_{t-1-i}^2 , $i = 0, 1, 2, \dots$. Le même principe s'applique à la covariance :

$$\hat{\sigma}_{12,t} = \lambda \hat{\sigma}_{12,t-1} + (1 - \lambda) r_{1,t-1} r_{2,t-1}.$$

Le rôle du paramètre de lissage λ

Plus λ est **proche de 1**, plus l'estimation est **persistante** mais peu réactive (mémoire longue); plus λ est **faible**, plus elle est **réactive** mais peu persistante (elle « oublie » vite). Un même λ doit être utilisé pour **tous** les éléments d'une matrice de covariance EWMA — sinon rien ne garantit qu'elle reste semi-définie positive (chapitre 7, algèbre linéaire).

Application en finance : la méthodologie RiskMetrics

La méthodologie RiskMetrics™, popularisée par JP Morgan dans les années 1990, construit ses matrices de covariance quotidiennes par EWMA avec $\lambda = 0,94$ pour des prévisions à un jour, et $\lambda = 0,97$ pour des prévisions à horizon mensuel (plus persistant, adapté à un horizon plus long). Ces matrices, couvrant actions, taux, changes et matières premières, sont longtemps restées la référence de l'industrie pour le calcul de la value at risk de portefeuilles linéaires.

Exemple

Avec $\lambda = 0,94$, $\hat{\sigma}_{t-1}^2 = 1,00\%^2$ et un rendement $r_{t-1} = 2\%$ (choc important) :
 $\hat{\sigma}_t^2 = 0,94 \times 1,00 + 0,06 \times 4 = 0,94 + 0,24 = 1,18\%^2$. L'estimation réagit immédiatement au choc, puis continuera de décroître progressivement – sans jamais chuter brutalement, contrairement à la moyenne mobile équi pondérée.

Une limite commune aux deux
approches

Des prévisions plates

Moyenne mobile et EWMA supposent implicitement des rendements **indépendants et identiquement distribués** : la prévision de variance à tout horizon futur est simplement égale à l'estimation courante (règle de la racine carrée du temps pour l'écart-type). Or la volatilité observée sur les marchés financiers présente des périodes calmes et des périodes agitées qui se **regroupent dans le temps** (*volatility clustering*) — un fait que ces modèles, par construction, ne peuvent pas capturer. C'est précisément la motivation des modèles GARCH, objet du chapitre suivant.

Synthèse

L'essentiel du chapitre 3

- Moyenne mobile équipondérée : poids égaux sur n observations, sujette à l'effet « fantôme » à la sortie de fenêtre.
- EWMA : poids décroissants exponentiellement, $\hat{\sigma}_t^2 = \lambda \hat{\sigma}_{t-1}^2 + (1 - \lambda)r_{t-1}^2$; λ fixé pour toute la matrice (RiskMetrics : 0,94 quotidien, 0,97 mensuel).
- Les deux méthodes supposent des rendements i.i.d. : leurs prévisions de variance à tout horizon sont plates, incapables de refléter le *clustering* de volatilité.

Vers le chapitre 4

Les modèles GARCH généralisent l'EWMA en ajoutant une composante de retour vers une variance de long terme — leurs prévisions ne sont plus plates, mais **convergent progressivement** vers ce niveau moyen.