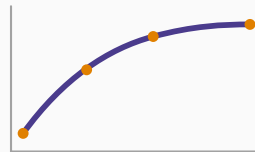


Économétrie financière

Chapitre 8 : Prévision et évaluation des modèles



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Avant de commencer

Ajustement en échantillon

Évaluation hors échantillon

Le backtesting de la Value at Risk

Synthèse

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

Les sept chapitres précédents ont construit un large éventail de modèles. Il reste la question la plus importante pour la gestion des risques : comment savoir si un modèle est **bon** ? Un modèle qui s'ajuste parfaitement au passé peut prévoir très mal l'avenir — et c'est la prévision, pas l'ajustement, qui importe pour le risque de marché.

Ajustement en échantillon

Le piège du sur-ajustement

Critères d'information

Ajouter des paramètres à un modèle **améliore toujours** son ajustement en échantillon (le R^2 ne peut qu'augmenter). Les critères d'information pénalisent la complexité pour comparer des modèles à nombre de paramètres différent :

$$\text{AIC} = -2 \ln L + 2k, \quad \text{BIC} = -2 \ln L + k \ln n,$$

où L est la vraisemblance maximisée, k le nombre de paramètres et n la taille de l'échantillon. Le modèle **préféré** est celui qui **minimise** le critère; le BIC pénalise plus sévèrement la complexité dans les grands échantillons.

Un bon ajustement ne garantit rien

Un modèle à de nombreux paramètres peut coller de très près aux données historiques tout en produisant des prévisions **médiocres** — le sur-ajustement capture le bruit de l'échantillon, pas la structure durable des données. C'est pourquoi l'évaluation **hors échantillon** (ci-dessous) prime toujours sur le seul ajustement en échantillon.

Évaluation hors échantillon

RMSE et MAE

Sur une période de test **jamais utilisée pour l'estimation**, en comparant h prévisions $\hat{y}_t$ aux valeurs réalisées y_t :

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{h} \sum_t (\hat{y}_t - y_t)^2}, \quad \text{MAE} = \frac{1}{h} \sum_t |\hat{y}_t - y_t|.$$

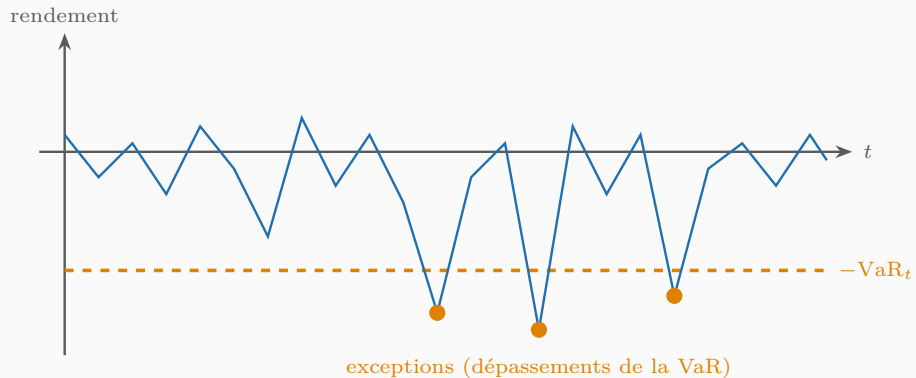
Le RMSE pénalise davantage les grosses erreurs (utile si l'on redoute les erreurs isolées mais importantes); le MAE est plus robuste aux valeurs extrêmes.

Application en finance : comparer EWMA et GARCH

Pour choisir entre une prévision de volatilité EWMA (chapitre 3) et une prévision GARCH (chapitre 4), on compare leur RMSE respectif contre une mesure de volatilité réalisée (par exemple, la volatilité intra-journalière calculée à partir de données haute fréquence) sur une période post-échantillon. C'est cette comparaison **hors échantillon**, et non l'ajustement en échantillon, qui doit guider le choix du modèle de volatilité utilisé en production.

Le backtesting de la Value at Risk

Le backtesting de la Value at Risk



Test de Kupiec

Sur T jours, une VaR au niveau de confiance $1 - \pi_{\text{exp}}$ (par exemple $\pi_{\text{exp}} = 1\%$) devrait être **dépassée** (« exception ») environ $\pi_{\text{exp}} \times T$ fois. En notant n_1 le nombre d'exceptions observées, $n_0 = T - n_1$, et $\hat{\pi}_{\text{obs}} = n_1/T$, le test de couverture inconditionnelle de Kupiec (1995) repose sur la statistique du rapport de vraisemblance

$$-2 \ln LR_{uc} = -2 \left[n_0 \ln(1 - \pi_{\text{exp}}) + n_1 \ln(\pi_{\text{exp}}) - n_0 \ln(1 - \hat{\pi}_{\text{obs}}) - n_1 \ln(\hat{\pi}_{\text{obs}}) \right] \sim \chi^2(1) \text{ sous } H_0.$$

Exemple

Sur 1000 prévisions de VaR à 1%, on observe $n_1 = 15$ exceptions (au lieu des 10 attendues), soit $\hat{\pi}_{\text{obs}} = 1,5\%$. Le calcul donne $-2 \ln LR_{uc} \approx 2,2$, très inférieur au seuil critique du $\chi^2(1)$ à 10% (2,71) : on **ne rejette pas** l'hypothèse que le modèle est bien calibré, malgré un nombre d'exceptions supérieur à l'attendu.

Le test de couverture conditionnelle

Compter ne suffit pas : l'indépendance compte aussi

Un bon modèle de VaR doit non seulement produire le **bon nombre** d'exceptions, mais aussi des exceptions **indépendantes** dans le temps — des dépassements groupés en rafale trahissent un modèle qui ne réagit pas assez vite aux chocs de volatilité (typiquement, une moyenne mobile équipondérée à fenêtre longue). Le test de couverture **conditionnelle** de Christoffersen (1998),

$LR_{cc} = LR_{uc} \times LR_{ind}$, ajoute au test de Kupiec une composante d'**indépendance**, et suit un $\chi^2(2)$ sous l'hypothèse nulle.

Exemple (suite)

Reprenons les 15 mêmes exceptions, mais regroupées en quatre épisodes rapprochés plutôt que dispersées uniformément. Le test de couverture inconditionnelle ne change pas ($-2 \ln LR_{uc} \approx 2,2$, toujours non rejeté), mais le test de couverture conditionnelle donne $-2 \ln LR_{cc} \approx 88,5$ — très largement au-dessus du seuil critique du $\chi^2(2)$: le modèle est **rejeté**, non pas à cause du nombre d'exceptions, mais parce qu'elles sont **groupées dans le temps**, signe d'un défaut de réactivité du modèle de volatilité sous-jacent.

Application en finance : les zones de Bâle

Le Comité de Bâle impose aux banques un backtesting **quotidien** de leur VaR réglementaire à **99%** sur les **250** derniers jours de trading, classé en trois zones selon le nombre d'exceptions observées : zone **verte** (0 à 4 exceptions, modèle jugé adéquat), zone **orange** (5 à 9, surveillance renforcée et multiplicateur de capital croissant), zone **rouge** (10 et plus, modèle présumé défaillant, remise en cause immédiate). C'est une version opérationnelle, simplifiée mais très concrète, du test de couverture inconditionnelle présenté ci-dessus.

Synthèse

L'essentiel du chapitre 8

- AIC/BIC pénalisent la complexité pour comparer l'ajustement en échantillon de modèles différents; un bon ajustement n'implique pas une bonne prévision.
- RMSE/MAE évaluent la qualité des prévisions **hors échantillon** — le critère qui compte réellement pour le risque de marché.
- Backtesting de la VaR : le test de Kupiec (couverture inconditionnelle) compte les exceptions; le test de Christoffersen (couverture conditionnelle) vérifie en plus leur indépendance dans le temps.
- Les zones de Bâle (vert/orange/rouge) appliquent ce principe en pratique réglementaire.

Fin de ce bloc

Ces huit chapitres couvrent l'ensemble de la boîte à outils de l'économétrie financière moderne — des modèles factoriels au backtesting réglementaire. Le bloc suivant du Master, consacré à la **Value at Risk**, s'appuie directement sur ces outils pour construire, calculer et valider des mesures de risque de portefeuille.