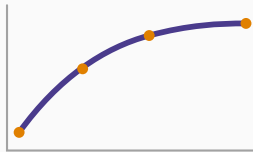


Économétrie financière

Chapitre 7 : Modèles économétriques avancés



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Avant de commencer

La régression quantile

Modèles à choix discret

Ruptures structurelles et changements de régime

Synthèse

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

La régression MCO (moindres carrés ordinaires) ne décrit que la **moyenne conditionnelle** d'une variable. Mais parfois, c'est le comportement des **queues** de la distribution qui intéresse le gestionnaire de risque, ou la variable à expliquer est **binaire**, ou la relation change **brutalement** à une date inconnue. Ce chapitre présente trois familles de modèles conçues pour ces situations.

La régression quantile

Régression quantile

Alors que la régression MCO estime $\mathbb{E}[Y | X] = \alpha + \beta X$, la **régression quantile** (Koenker et Bassett, 1978) estime, pour un niveau $q \in (0, 1)$ donné, le **quantile conditionnel**

$$Q_Y(q | X) = \alpha_q + \beta_q X,$$

en minimisant une fonction de perte **asymétrique** : $\rho_q(u) = u(q - \mathbb{1}_{\{u < 0\}})$, qui pénalise davantage les résidus négatifs quand $q < 0,5$ et les résidus positifs quand $q > 0,5$.

Un coefficient par quantile

Si β_q est **le même pour tout q** , la relation ne fait que se traduire : seule la variance de $Y | X$ reste constante. Mais si β_q **varie avec q** , la dispersion (voire l'asymétrie) de Y dépend elle-même de X — un signe d'hétéroscédasticité que la seule régression MCO, focalisée sur la moyenne, ne peut pas révéler.



Modèles à choix discret

Modèles binaires

Quand la variable à expliquer $Y \in \{0, 1\}$ (défaut/non-défaut, hausse/baisse), on modélise $\mathbb{P}(Y = 1 \mid X) = G(\alpha + \beta X)$, où G est une fonction de lien croissante à valeurs dans $[0, 1]$:

- **logit** : $G(z) = \Lambda(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$;
- **probit** : $G(z) = \Phi(z)$, la fonction de répartition de la loi normale standard.

Les paramètres s'estiment par maximum de vraisemblance; contrairement à la régression linéaire, l'effet marginal $\partial \mathbb{P}(Y = 1 \mid X) / \partial X = g(\alpha + \beta X) \beta$ **dépend du point X** où il est évalué.

Application en finance : scoring de crédit

Les modèles logit/probit sont l'outil de base du **scoring de crédit** : à partir de caractéristiques d'un emprunteur (endettement, historique de paiement, revenu), estimer la probabilité de défaut $\mathbb{P}(\text{défaut} = 1 \mid X)$. Le score obtenu sert directement à la décision d'octroi de crédit et à la tarification du risque.

Ruptures structurelles et changements de régime

Test de Chow

Pour tester si les coefficients d'une régression changent à une date connue τ (avant/après une crise, un changement de politique monétaire...), on compare la somme des carrés des résidus RSS de la régression **poolée** (un seul modèle sur tout l'échantillon) à la somme $RSS_1 + RSS_2$ des régressions estimées **séparément** sur chaque sous-période :

$$F = \frac{[RSS - (RSS_1 + RSS_2)]/k}{(RSS_1 + RSS_2)/(n - 2k)} \sim F(k, n - 2k) \text{ sous } H_0 \text{ (pas de rupture),}$$

où k est le nombre de paramètres et $n = n_1 + n_2$.

Quand la date de rupture est inconnue

Modèles à changement de régime (Markov switching)

Le test de Chow suppose la date de rupture **connue**. Les modèles à changement de régime (Hamilton, 1989) vont plus loin : un état caché s_t (par exemple, « marché calme » ou « marché en crise »), gouverné par une chaîne de Markov avec des probabilités de transition $p_{ij} = \mathbb{P}(s_t = j \mid s_{t-1} = i)$, détermine à chaque date **quel** régime de paramètres s'applique. L'estimation (par un algorithme de filtrage, hors du cadre de ce cours) fournit à la fois les paramètres de chaque régime et la probabilité, à chaque date, d'être dans l'un ou l'autre état.

Application en finance : régimes de volatilité et forme de la courbe des taux

Un modèle à changement de régime appliqué à la volatilité distingue naturellement des périodes de **calme** et de **turbulence**, avec des dynamiques (et des persistances GARCH, chapitre 4) différentes dans chaque état — plus réaliste qu'un unique modèle GARCH appliqué sur tout l'historique. De même, la forme de la courbe des taux (plate, croissante, inversée) peut être associée à des régimes distincts de politique monétaire, chacun avec sa propre dynamique.

Synthèse

L'essentiel du chapitre 7

- Régression quantile : estime $Q_Y(q \mid X)$ pour tout q , révèle l'hétéroscédasticité, et coïncide avec la VaR conditionnelle — utile pour des couvertures asymétriques ciblant le risque de baisse.
- Probit/logit : modélisent $\mathbb{P}(Y = 1 \mid X)$ pour une variable binaire (scoring de crédit).
- Test de Chow : détecte une rupture structurelle à une date **connue**; les modèles à changement de régime généralisent au cas d'une date **inconnue**.

Vers le chapitre 8

Nous avons maintenant tout un arsenal de modèles (facteurs, GARCH, cointégration, copules, régression quantile, changement de régime). Comment choisir le meilleur, et comment vérifier qu'il prévoit réellement bien ? C'est l'objet du dernier chapitre de ce bloc.