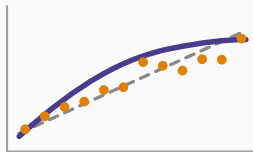


Économétrie avancée

Chapitre 11 : Séries temporelles — approfondissements



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Avant de commencer

Stationnarité et dépendance faible

Propriétés asymptotiques des MCO

Séries fortement persistantes

Synthèse

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

Le chapitre 10 a appliqué les MCO aux séries temporelles sous les hypothèses classiques (exogénéité **stricte**, en particulier). Or ces hypothèses tombent dès qu'un modèle contient une **variable dépendante retardée**, et les « petits » échantillons temporels obligent souvent à raisonner en **grand échantillon**. Ce chapitre pose les conditions — **stationnarité** et **dépendance faible** — sous lesquelles les MCO restent valides asymptotiquement, puis alerte sur les **séries fortement persistantes** qui font échouer cette théorie.

Stationnarité et dépendance faible

Processus stationnaire

Un processus $\{x_t\}$ est **stationnaire** si la loi jointe de $(x_{t_1}, \dots, x_{t_m})$ est identique à celle de $(x_{t_1+h}, \dots, x_{t_m+h})$ pour tout décalage h . La **stationnarité en covariance** (plus faible) demande seulement : $\mathbb{E}(x_t)$ constante, $\text{Var}(x_t)$ constante, et $\text{Cov}(x_t, x_{t+h})$ dépendant de h seulement, pas de t .

Pourquoi l'exiger?

Sans une forme de stabilité dans le temps, on ne peut rien apprendre d'une **unique** réalisation de la série : si la relation entre variables changeait à chaque période, une seule trajectoire observée ne suffirait pas à l'estimer. Une série à **tendance** est non stationnaire (sa moyenne bouge) — on la traite en incluant la tendance (processus *trend-stationnaire*).

Dépendance faible (asymptotiquement non corrélée)

Un processus stationnaire est **faiblement dépendant** si x_t et x_{t+h} deviennent « presque indépendants » quand $h \rightarrow \infty$: concrètement $\text{Corr}(x_t, x_{t+h}) \rightarrow 0$ assez vite. C'est la propriété qui **remplace l'échantillonnage aléatoire** de l'analyse en coupe : elle fait tenir la loi des grands nombres et le théorème central limite.

MA(1) et AR(1) stable

Le **MA(1)** $x_t = e_t + \alpha_1 e_{t-1}$ est corrélé à un seul retard puis non corrélé au-delà : faiblement dépendant. L'**AR(1)** $y_t = \rho_1 y_{t-1} + e_t$ est faiblement dépendant **si et seulement si** $|\rho_1| < 1$ (condition de stabilité) : alors $\text{Corr}(y_t, y_{t+h}) = \rho_1^h \rightarrow 0$. Même avec $\rho_1 = 0,9$, la corrélation à 10 périodes n'est plus que 0,35.

Propriétés asymptotiques des MCO

Hypothèses affaiblies (TS.1' à TS.5')

On remplace l'exogénéité **stricte** par l'exogénéité **contemporaine** $\mathbb{E}(u_t \mid \mathbf{x}_t) = 0$, en ajoutant la **dépendance faible** de $\{(\mathbf{x}_t, y_t)\}$. S'y ajoutent l'homoscédasticité $\text{Var}(u_t \mid \mathbf{x}_t) = \sigma^2$ et l'absence d'autocorrélation $\mathbb{E}(u_t u_s \mid \mathbf{x}_t, \mathbf{x}_s) = 0$.

Ce que l'on gagne, ce que l'on perd

Sous TS.1'–TS.3', les MCO sont **convergers** (mais plus forcément sans biais). Sous TS.1'–TS.5', ils sont **asymptotiquement normaux** et les t , F , LM usuels restent valides. Un modèle à variable dépendante retardée viole **nécessairement** l'exogénéité stricte — donc les MCO y sont biaisés — mais reste convergent si $|\rho_1| < 1$.

Exemple : hypothèse des marchés efficients

Tester l'efficiency du marché revient à tester $H_0 : \rho_1 = 0$ dans $\text{return}_t = \beta_0 + \rho_1 \text{return}_{t-1} + u_t$. Sur les rendements hebdomadaires du NYSE (1976–1989), $\hat{\rho}_1 = 0,059$ ($t = 1,55$) : on ne rejette pas l'efficiency. Un AR(2) confirme (retards conjointement non significatifs).

Séries fortement persistantes

Marche aléatoire : le cas $\rho_1 = 1$

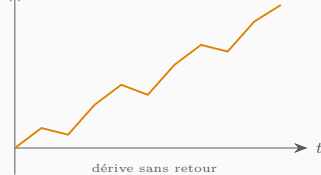
Quand $y_t = y_{t-1} + e_t$, la série n'est **pas** faiblement dépendante : $\text{Corr}(y_t, y_{t+h}) = \sqrt{t/(t+h)}$ reste **proche de 1** même pour de grands h . On parle de processus **I(1)** (intégré d'ordre 1), ou à **racine unitaire** : le passé lointain influence durablement le présent, et la variance croît avec t .

Marche aléatoire et racine unitaire (suite)

AR(1) stable — faiblement dépendante



Marche aléatoire — racine unitaire



Le piège de la régression fallacieuse

Régresser une série $I(1)$ sur une autre série $I(1)$ **indépendante** produit très souvent un R^2 élevé et un t « significatif »... alors qu'il n'existe aucune relation. C'est la **régression fallacieuse** (*spurious regression*) : la théorie asymptotique usuelle ne s'applique pas aux séries à racine unitaire.

Rendre la série faiblement dépendante

Si $\{y_t\}$ est $I(1)$, alors la **différence première** $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$ est $I(0)$, c'est-à-dire faiblement dépendante. On mène alors la régression sur les séries différenciées, retrouvant un cadre où les MCO et l'inférence usuelle sont valides.

Repérer la persistance

Beaucoup de séries macroéconomiques et financières en niveau (PIB, prix, indices boursiers) se comportent comme des $I(1)$. Avant toute régression en séries temporelles, on se demande donc : la série est-elle faiblement dépendante, ou fortement persistante ? Dans le doute, on teste la racine unitaire (chapitre 18) ou l'on travaille en différences.

Synthèse

Synthèse du chapitre

Les MCO restent valides **asymptotiquement** en séries temporelles à deux conditions : **stationnarité** et **dépendance faible**. Un modèle dynamique (variable retardée) est alors convergent malgré la perte de l'absence de biais. Le danger vient des séries **fortement persistantes** (racine unitaire), qui invalident l'inférence et provoquent des régressions **fallacieuses** — la parade étant de travailler en **différences premières**. Le chapitre 12 traite les deux entorses restantes : **autocorrélation** et **hétéroscédasticité** des erreurs.