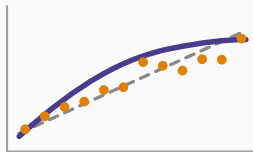


Économétrie avancée

Chapitre 4 : Régression multiple — inférence



Jaouad Madkour

Faculté d'Économie et de Gestion de Tanger · 27 août 2026

Avant de commencer

Le modèle linéaire classique

Le test de Student

Le test de Fisher

Synthèse

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

Un coefficient estimé n'est jamais nul par hasard, même si le vrai effet est nul — c'est un nombre calculé sur un échantillon particulier. Il faut un cadre statistique rigoureux pour décider si un effet estimé est **significativement** différent de zéro, et pour quantifier l'incertitude qui l'entoure.

Le modèle linéaire classique

Hypothèse MLR.6 et modèle linéaire classique

En ajoutant à MLR.1–5 l'hypothèse **MLR.6** — $u \mid x_1, \dots, x_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ —, on obtient le **modèle linéaire classique (MLC)**. Sous ces six hypothèses, les estimateurs MCO sont normalement distribués :

$$\hat{\beta}_j \sim \mathcal{N}(\beta_j, \text{Var}(\hat{\beta}_j)),$$

et, en remplaçant σ^2 par son estimation, $\frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{\text{se}(\hat{\beta}_j)} \sim t_{n-k-1}$.

Le test de Student

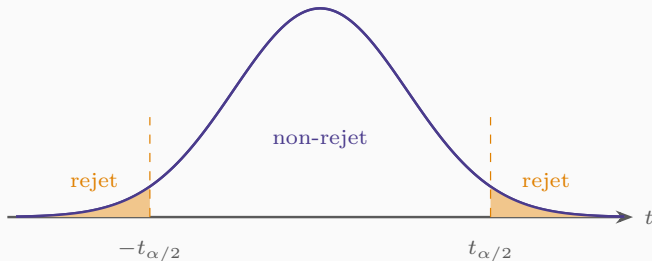
Tester un coefficient

Test t

Pour tester $H_0 : \beta_j = 0$ contre $H_1 : \beta_j \neq 0$, la statistique

$$t = \frac{\hat{\beta}_j}{\text{se}(\hat{\beta}_j)}$$

suit une loi t_{n-k-1} sous H_0 . On **rejette** H_0 au seuil α si $|t| > t_{\alpha/2, n-k-1}$ – le coefficient est alors dit **statistiquement significatif** au seuil α .



Le test de Fisher

Tester plusieurs restrictions à la fois

Test F (restrictions multiples)

Pour tester q restrictions simultanément (par exemple, $H_0 : \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k = 0$, l'exclusion conjointe de plusieurs variables), on compare la somme des carrés des résidus du modèle **contraint** (SSR_r , imposant H_0) à celle du modèle **non contraint** (SSR_{ur}) :

$$F = \frac{(SSR_r - SSR_{ur})/q}{SSR_{ur}/(n - k - 1)} \sim F_{q, n-k-1} \text{ sous } H_0.$$

Plus F est grand, plus imposer les restrictions **dégrade** l'ajustement — un argument contre H_0 .

Un cas particulier utile : la significativité globale

Tester $H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_k = 0$ (aucun régresseur n'a d'effet) est le test F de **significativité globale** de la régression, rapporté automatiquement par tout logiciel économétrique — un test conjoint qu'aucune suite de tests t individuels ne peut reproduire correctement (les tests t ignorent la corrélation entre estimateurs).

Application en finance : tester un modèle factoriel

Pour un modèle multifactoriel (chapitre 1, économétrie financière), le test t sur chaque $\hat{\beta}_{ik}$ indique si

Synthèse

L'essentiel du chapitre 4

- Sous MLR.1–6 (modèle linéaire classique), $t = \hat{\beta}_j / \text{se}(\hat{\beta}_j) \sim t_{n-k-1}$ sous $H_0 : \beta_j = 0$.
- Intervalle de confiance : $\hat{\beta}_j \pm t_{\alpha/2, n-k-1} \text{se}(\hat{\beta}_j)$.
- Le test F teste des restrictions **multiples** simultanément, y compris la significativité globale du modèle — au-delà de ce que des tests t isolés peuvent révéler.

Vers le chapitre 5

Tout ce chapitre repose sur l'hypothèse de normalité (MLR.6), rarement vérifiée exactement dans les données réelles. Que devient l'inférence quand on la retire, mais que l'échantillon est **grand** ? C'est l'objet des propriétés asymptotiques.