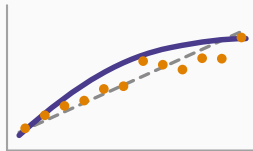


Économétrie avancée

Chapitre 12 : Autocorrélation et hétéroscédasticité en séries temporelles



Avant de commencer

Conséquences de l'autocorrélation

Détecter l'autocorrélation

Corriger ou contourner

Hétéroscédasticité en séries temporelles

Synthèse

Avant de commencer

Pourquoi ce chapitre ?

Le chapitre 11 a supposé les erreurs non autocorrélées et homoscédastiques (TS.4', TS.5'). En pratique, les modèles statiques et à retards échelonnés présentent très souvent des erreurs **autocorrélées**, et la volatilité financière est typiquement **hétéroscédastique**. Ce chapitre en tire les conséquences, puis fournit les outils pour **détecter**, **corriger** ou **contourner** ces deux problèmes.

Conséquences de l'autocorrélation

Ce qui reste vrai, ce qui casse

Sans biais mais plus efficace ni valide pour l'inférence

Sous exogénéité stricte (TS.1–TS.3), les MCO restent **sans biais** quel que soit le degré d'autocorrélation ; sous dépendance faible, ils restent **convergen**ts. Mais l'autocorrélation viole Gauss-Markov : les MCO ne sont plus **BLUE**, et surtout les **écarts-types usuels sont invalides**, même asymptotiquement.

Le danger concret

Avec une autocorrélation **positive** des erreurs (le cas le plus fréquent) et des régresseurs eux-mêmes persistants, la formule MCO **sous-estime** la vraie variance. Les écarts-types paraissent trop petits, les t trop grands : on croit à tort à des coefficients significatifs.

Variable dépendante retardée : nuance

Avoir une variable retardée **et** des erreurs autocorrélées ne rend pas systématiquement les MCO non convergents. Ce n'est le cas que si l'on impose en plus un AR(1) sur les erreurs — situation rarement intéressante, qui signale surtout une **dynamique mal spécifiée** : la parade est d'ajouter un retard supplémentaire (le modèle est en fait un AR(2)).

Détecter l'autocorrélation

Régresseurs strictement exogènes : test sur les résidus

On estime le modèle par MCO, on récupère les résidus $\hat{u}_t$, puis on régresse $\hat{u}_t$ sur $\hat{u}_{t-1}$: un t significatif sur le coefficient $\hat{\rho}$ signale une autocorrélation d'ordre 1. Le **Durbin-Watson** teste la même hypothèse ($DW \approx 2(1 - \hat{\rho})$: proche de 2 = pas d'autocorrélation).

Cas général (variables retardées) : Breusch-Godfrey

Quand les régresseurs ne sont pas strictement exogènes, on utilise le test de **Breusch-Godfrey** : régresser $\hat{u}_t$ sur les régresseurs **et** un ou plusieurs retards de $\hat{u}_t$, puis tester la nullité conjointe des coefficients des résidus retardés (statistique LM). C'est le test à privilégier, y compris pour des ordres > 1 .

Corriger ou contourner

MCG faisables (Cochrane-Orcutt, Prais-Winsten)

Sous exogénéité stricte et AR(1) sur les erreurs, on **quasi-différencie** les données par $\hat{\rho}$ ($y_t - \hat{\rho} y_{t-1}$, etc.) pour retrouver des erreurs non corrélées, puis on applique les MCO : ce sont les **MCG faisables** (FGLS). Prais-Winsten conserve la première observation, Cochrane-Orcutt l'abandonne ; on itère jusqu'à convergence de $\hat{\rho}$.

Différencier quand la persistance est forte

Si les séries sont fortement persistantes, la **différenciation première** (Δ) élimine souvent l'autocorrélation à la racine, en plus de régler le problème de racine unitaire du chapitre 11.

Corriger les écart-types plutôt que l'estimateur

Plutôt que de transformer le modèle, on garde les MCO et on corrige seulement l'inférence avec des **écart-types robustes à l'autocorrélation et à l'hétéroscédasticité** (HAC, dits de **Newey-West**). C'est l'analogue temporel des écart-types de White : simple, robuste, sans hypothèse sur la forme de l'autocorrélation.

Hétéroscédasticité en séries temporelles

Tester l'hétéroscédasticité

Les tests de **Breusch-Pagan** et de **White** s'adaptent directement au cas temporel (régression des résidus au carré sur les régresseurs), à condition que les erreurs ne soient pas elles-mêmes fortement autocorrélées.

Volatilité groupée : les modèles ARCH

En finance, la variance conditionnelle dépend souvent du passé : les grandes variations succèdent aux grandes variations (*volatility clustering*). Le modèle **ARCH** capture cela en modélisant $\text{Var}(u_t \mid \text{passé})$ comme fonction des carrés d'erreurs passées u_{t-1}^2 — base des modèles GARCH étudiés dans le cours d'économétrie financière.

Synthèse

Synthèse du chapitre

L'autocorrélation **ne biaise pas** les MCO mais **invalide l'inférence** : il faut la **détecter** (test sur résidus/Durbin-Watson si exogénéité stricte, **Breusch-Godfrey** sinon), puis soit **corriger l'estimateur** (FGLS, différenciation), soit **corriger seulement les écarts-types** (HAC / **Newey-West**).

L'hétéroscédasticité se teste comme en coupe (BP, White) et prend, en finance, la forme dynamique des modèles **ARCH**.