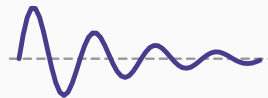


Analyse dynamique des modèles économiques

Chapitre 5 : Lire la dynamique sur un dessin



Deux outils graphiques

Le diagramme en escalier

Le diagramme de phase

La forme des trajectoires

Ce qu'il faut retenir

Deux outils graphiques

Le dessin n'est pas un supplément d'agrément

Trois raisons de le maîtriser :

1. Il donne la réponse **avant** le calcul : on voit la convergence, on la démontre ensuite.
2. Il fonctionne encore quand le calcul échoue — c'est-à-dire dès que l'équation est **non linéaire**, au chapitre 10.
3. C'est le langage dans lequel les modèles économiques sont présentés : le diagramme de Solow, la toile d'araignée, le portrait de phase d'un modèle de croissance.

Un outil pour chaque temps

Temps discret

diagramme en escalier

on trace y_{t+1} contre y_t

l'équilibre est sur la bissectrice

Temps continu

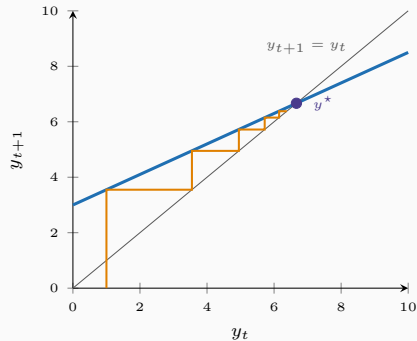
diagramme de phase

on trace $\dot{y}$ contre y

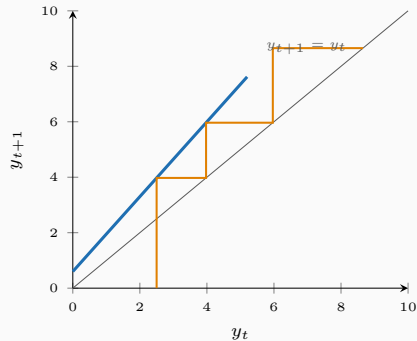
l'équilibre est sur l'axe

Le diagramme en escalier

$a = 0,55$: l'escalier converge



$a = 1,35$: l'escalier diverge



on lit y_{t+1} sur la droite, on le *reporte* en abscisse par la bissectrice, et l'on recommence :
la **pente** de la droite décide de tout

Construire l'escalier

1. Tracer la droite $y_{t+1} = a y_t + b$ dans le plan $(y_t ; y_{t+1})$.
2. Tracer la **bissectrice** $y_{t+1} = y_t$. Leur intersection est l'état stationnaire.
3. Partir de y_0 sur l'axe horizontal, monter **verticalement** jusqu'à la droite : on lit y_1 .
4. Reporter y_1 sur l'axe horizontal en se déplaçant **horizontalement** jusqu'à la bissectrice.
Recommencer.

Le rôle de la bissectrice

Elle sert d'appareil de recopie : elle transforme une ordonnée en abscisse.

Sans elle, on ne pourrait pas enchaîner les itérations sur un même graphique — c'est pour cela qu'elle figure sur tous les diagrammes en escalier de la littérature économique.

Lecture de la pente		
Pente a	Figure obtenue	Conclusion
$0 < a < 1$	escalier régulier vers le point fixe	convergence monotone
$a > 1$	escalier qui s'éloigne	divergence
$-1 < a < 0$	spirale qui se resserre	oscillations amorties
$a < -1$	spirale qui s'élargit	oscillations explosives

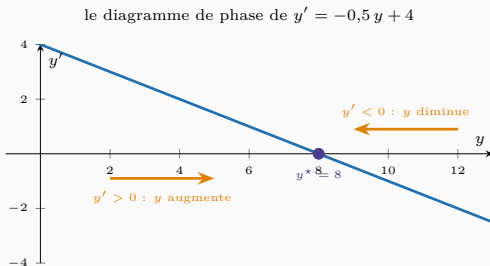
Le critère graphique

La droite est **plus plate que la bissectrice** : on converge. Elle est **plus raide** : on diverge.

« Plus plate » signifie exactement $|a| < 1$. Le critère du chapitre 4 se lit donc à l'œil nu, sans calcul.

Et quand la pente est négative, l'escalier devient une **spirale** : c'est la traduction visuelle de l'oscillation.

Le diagramme de phase



la courbe coupe l'axe en descendant :
les flèches convergent vers y^* .

Équilibre stable.

Si elle le coupait en montant, les flèches s'en écarteraient — équilibre instable.

Construire le diagramme de phase

1. Tracer $\dot{y}$ en fonction de y – pour $\dot{y} = a y + b$, c'est une droite.
2. Les intersections avec l'axe horizontal sont les **états stationnaires**.
3. Porter des flèches sur l'axe : vers la droite là où $\dot{y} > 0$, vers la gauche là où $\dot{y} < 0$.

Ce qu'on lit sur les flèches

Le temps a disparu du dessin. Il ne reste qu'une **règle de déplacement** sur l'axe des y , ce qui est possible précisément parce que l'équation est autonome.

Si les flèches **convergent** vers un équilibre, il est stable. Si elles s'en écartent, il est instable.

Le critère graphique du temps continu

La courbe coupe l'axe **en descendant** : équilibre **stable**. La courbe coupe l'axe **en montant** : équilibre **instable**.

Ce qui revient à dire : la pente de f au point d'équilibre est négative — c'est-à-dire $a < 0$.

Le parallèle exact

	Discret	Continu
Ce qu'on trace	$y_{t+1} = f(y_t)$	$\dot{y} = f(y)$
Référence	la bissectrice	l'axe horizontal
Équilibre	intersection avec la bissectrice	intersection avec l'axe
Stable si	pente comprise entre -1 et 1	pente négative

Dans les deux cas : **c'est la pente de f à l'équilibre qui décide**. Seul le seuil change — et le chapitre 10 montrera que ce critère graphique reste valable pour les équations non linéaires.

La forme des trajectoires

Un troisième dessin, plus familier

La trajectoire temporelle

On peut aussi tracer simplement y en fonction de t : c'est le **chronogramme**.

C'est le dessin le moins riche des trois — il ne montre qu'une trajectoire, celle qui part de y_0 — mais c'est celui que lira un décideur.

Ce que chaque dessin apporte

Dessin	Montre	Ne montre pas
Chronogramme	une trajectoire, datée	les autres points de départ
Escalier / phase	toutes les trajectoires à la fois	les dates

Les deux se complètent : le premier répond à « quand », les seconds à « vers quoi ».

L'exemple complet

Un marché du logement

Le loyer s'ajuste selon $L_{t+1} = -0,6 L_t + 4000$, avec $L_0 = 3000$.

$$\text{Équilibre : } L^* = \frac{4000}{1,6} = 2500.$$

Escalier : la pente $-0,6$ est négative et de module inférieur à 1 : spirale qui se resserre. **Oscillations amorties.**

Trajectoire : $L_t = 2500 + 500 \times (-0,6)^t$, soit 3000, 2200, 2680, 2392, 2565, 2461, ...

La lecture pour un observateur du marché

Le loyer d'équilibre est 2500. Mais un observateur qui relèverait seulement les trois premières valeurs — 3000, 2200, 2680 — conclurait à un marché « erratique » ou « spéculatif ».

Il n'en est rien : c'est un ajustement parfaitement déterministe qui **dépasse sa cible à chaque fois**, parce que les bailleurs réagissent au loyer de l'année précédente.

Confondre oscillation d'ajustement et instabilité est l'erreur d'interprétation la plus courante en analyse conjoncturelle.

Ce qu'il faut retenir

Cinq points

1. Temps discret : **diagramme en escalier** dans le plan $(y_t ; y_{t+1})$, avec la bissectrice comme appareil de recopie.
2. Temps continu : **diagramme de phase**, $\dot{y}$ contre y , avec des flèches sur l'axe.
3. Dans les deux cas, c'est la **pente de f à l'équilibre** qui décide de la stabilité; seul le seuil diffère.
4. Pente négative en discret : l'escalier devient une **spirale**, c'est l'oscillation.
5. Le chronogramme complète, il ne remplace pas : il montre une trajectoire, pas toutes.

La suite

Tout cela suppose a et b constants. Que se passe-t-il quand le mécanisme lui-même change avec le temps — taux indexé, politique révisée, saisonnalité ?

C'est le chapitre 6, et il clôt l'ordre 1.